

جزوه کنترل فرایندها کنکور کارشناسی ارشد

(قسمت اول)

استاد: دکتر میرزازاده

خانه مهندسی شیمی ایران

WWW.ICHEH.COM

info@icheh.com

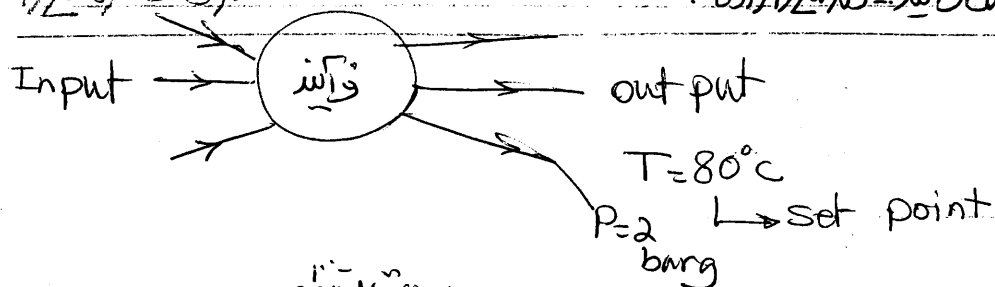


www.icheh.com

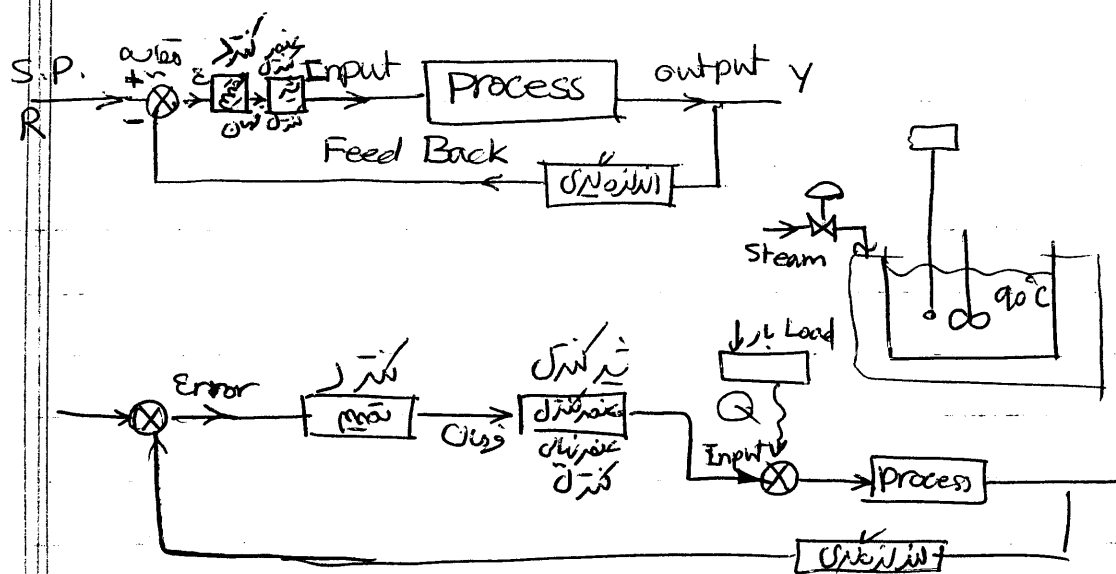
Iranian Chemical Engineering Home

کتابخانه کتب خطی / ۱۰۱

کشتن و آند - کله منجرازه .



Input $\rightarrow$ Manipulated : $\left\{ \begin{array}{l} \text{Flow} \rightarrow \text{valve} \\ \text{Disturbance (Load)} \end{array} \right.$



اسط، رمارین بیتم این است که اگر اشتباهات و یا تغییراتی که دست ماست (Set Point) بصورت پایداری متغیرهای مورد نظر را کنترل کنند.



نوشتن مولاریم $\rightarrow$ بیدیت آید $y = f(x)$ (؟)

فوتن بیدان $\text{Input-out} + \text{gen.} = \text{acc.} \left(\frac{\delta}{\delta_+} \right)$

- رسیدن به معادله دیفرانسیل $O.D.E$ چون تعریفی، بعیت زمان فقط طریق
- حل معادله دیفرانسیل به کمک تبدیلیات لایپلاس.
- نتیجه حل: دانستن ارتباط بین ورودی و خروجی.

تبدیلات لاپلاس

$$F(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt$$

همه فوکن استدال لاپلاس متعین رند:

همه اولیج تبدیلات لاپلاس ندارند (شکل استدال گرفت)

مثال:

$$f(t) = 1$$

$$F(s) = \int_0^{\infty} 1 \times e^{-st} dt = \frac{1}{s}$$

$f(t)$	$F(s)$
1	$\frac{1}{s}$
t^n	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
$e^{\pm at}$	$\frac{1}{s \mp a}$
$\sin(\omega t)$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$
$\cos \omega t$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$
$\sinh \omega t$	$\frac{\omega}{s^2 - \omega^2}$
$\cosh \omega t$	$\frac{s}{s^2 - \omega^2}$
$e^{\pm at} f(t)$	$F(s \mp a)$

$$\mathcal{L} \{ e^{-2t} \sin 3t \} = \frac{3}{(s+2)^2 + 3^2}$$

مثال:

Y

$$\frac{P(t)}{\int_0^t P(t) dt}$$

$$\frac{P(s)}{\frac{P(s)}{s}}$$

$$\mathcal{L}\left\{\int_0^t \sin 3t dt\right\} = \frac{1}{s} \left(\frac{3}{s^2 + 9} \right)$$

مثال:

$$\frac{P(t)}{t^n P(t)}$$

$$\frac{P(s)}{(-1)^n \frac{d^n P(s)}{ds^n}}$$

$$\mathcal{L}\{t \sin 2t\} = (-1)^1 \times \left[\frac{2}{s^2 + 4} \right]' = -1 \times \frac{0 \times 2^3 - 2s \times 2}{(s^2 + 4)^2} : \text{مثال}$$

$$\frac{P(t)}{\frac{P(t)}{t}}$$

$$\frac{P(s)}{\int_s^\infty P(s) ds}$$

$$\frac{\sin 3t}{t}$$

$$\int_s^\infty \frac{3}{s^2 + 9} ds = \text{Arctg}\left(\frac{s}{3}\right) \Big|_s^\infty : \text{مثال}$$

لا بأس مستحق:

$$P'(t) \rightarrow \mathcal{L}\{P'(t)\} = ?$$

$$\int P'(t) e^{-st} dt \rightarrow v$$

$$= P(t) \cdot e^{-st} \Big|_0^\infty - \int_0^\infty P(t) (-s) e^{-st} dt$$

$$= -P(0) + s P(s)$$

$$P''(t) \rightarrow s^2 P(s) - s P(0) - P'(0)$$

$$P'''(t) \rightarrow s^3 P(s) - s^2 P(0) - s P'(0) - P''(0)$$

$$P^{(n)}(t) \rightarrow s^n P(s) - s^{n-1} P(0) - s^{n-2} P'(0) - \dots - s P^{(n-1)}(0) - P^{(n-1)}(0)$$

حل معادله یفونانید به کمک تبدیلیات لاپلاس:

$$P(y'', y', y, t) = 0$$

با لاپلاس گرفتن از معادله یفونانید، یک معادله جبری حاصل می شود.

داده: ۱) از معادله یفونانید لاپلاس می گیریم.

۲) $P(s)$ را بدست می آوریم. (یک معادله جبری)

۳) از تابع $P(s)$ لاپلاس معکوس می گیریم.

$$P(t) = \mathcal{L}^{-1} P(s)$$

$$X'' + 2X' + 3X = e^{-t} \quad X(0) = X'(0) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{array}{c} \downarrow \\ s^2 X(s) - sX(0) - X'(0) \end{array} + \begin{array}{c} \downarrow \\ sX(s) - X(0) \end{array} + 3X(s) = \frac{1}{s+1}$$

$$s^2 X(s) + 2sX(s) + 3X(s) = \frac{1}{s+1}$$

$$X(s) = \frac{1}{(s+1)(s^2+2s+3)}$$

$$\mathcal{L}^{-1} \downarrow$$

$$X(t) = ?$$

* تبدیل لاپلاس برای معادلات یفونانید خطی.

یعنی با لاپلاس نمی باید معادله جبری حاصل کرد.

لاپلاس معکوس نمی

از سوی جدول

$$\begin{array}{ll} \frac{1}{s} \rightarrow 1 \\ \frac{1}{s+1} \rightarrow e^{-t} \\ \frac{2}{s^3} \rightarrow t^2 \end{array}$$

جایگزینی
توانی که در جدول موجودند.

$$\frac{1}{s(s+1)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s+1}$$

$$\begin{array}{ccc} \mathcal{L}^{-1} \downarrow & & \mathcal{L}^{-1} \downarrow \\ A & & B e^{-t} \end{array}$$

مثال:

مطابق A و B: $A=1 \leftarrow s=0 \leftarrow$ طرفین $s \times$
مطابق B: $B=-1 \leftarrow s=-1 \leftarrow$ طرفین $(s+1) \times$

مثال:
$$\frac{1}{S(S+1)^3} = \frac{A}{S} + \frac{B}{(S+1)^3} + \frac{C}{(S+1)^2} + \frac{D}{(S+1)}$$

نسبت A: $A \rightarrow S=0 \rightarrow A=1$ (نسبت A)

نسبت B: $B \rightarrow S=-1 \rightarrow B=-1$

نسبت C و D:

طرفین را در $(S+1)^3$ ضرب کرده بین مشتق میگیریم و $S=-1$

$$\frac{1}{S} = \frac{A(S+1)^3}{S} + B + C(S+1) + D(S+1)^2$$

در $S=-1$ مشتق میگیریم

مشتق گرفتن: $-\frac{1}{S^2} = 0 + 0 + C + D \times 0$

در $S=-1$ عدد ثابت بود با مشتق گیری حذف می‌گردد.

* توضیح: فقط کافی است از سمت چپ معادله مشتق گرفت.

$C=-1$

نسبت D:
$$\frac{2}{S^2} = 2D$$

راست‌ها کامل:

مشتق
$$\frac{1}{S} = \frac{A}{S} + \frac{B}{S} + \frac{C}{S} + \frac{D}{S} + \frac{D}{S}$$

مشتق
$$-\frac{1}{S^2} = 0 + 0 + C + 0 + 2D$$

$$\frac{2}{S^3} = 0 + 0 + 0 + 2D$$

$$\frac{1}{S(S+1)^3} = \frac{A}{S} + \frac{B}{(S+1)^3} + \frac{C}{(S+1)^2} + \frac{D}{S+1}$$

$$\Rightarrow x(t) = A + \frac{B}{2} t^2 e^{-t} + C t e^{-t} + D e^{-t}$$

نسبت‌ها معلوم

$$= A + e^{-t} \left[\frac{B}{2} t^2 + C t + D \right]$$

(P) وقتی که یک ریشه تکرار بشود (بعبارت دیگر بتوان n باشد) لاپلاس معکوس آن می‌شود معکوس

آن ریشه ضرب در یک چند جمله‌ای به توان $n-1$

در این مثال $n=3$ است.

مثال:
$$x(s) = \frac{1}{s(s^2+1)} = \frac{A}{s} + \frac{a+bi}{s+i} + \frac{a-bi}{s-i}$$

وقتی که از ریشه مختلط است ثابت و پیوسته هم باید عدد مختلط باشد تا در معادله باقی بماند.
 هر عدد مختلط که ریشه معادله است و ریشه آن نیز ریشه معادله است و ثابت های آن نیز ریشه
 ندارند هستند.

روش مانتی قبل: $A \rightarrow$ ریشه $s=0$ و $s+i$ ریشه $a+bi \rightarrow$
 ضرایب نا و اعداد ثابت با هم می دهند a و عدد b در دست می آید.

$$x(t) = A + (a+bi)e^{-it} + (a-bi)e^{it}$$

$$e^{\pm i\theta} = \cos\theta \pm i\sin\theta$$

* در کسره و کسور اقسام به صاف کردن
 جواب نیست.

یعنی بدون ط باید جواب دارد.

حالت دوم:
$$x(s) = \frac{1}{(s+k_1+ik_2)(s+k_1-ik_2)} =$$

$$= \frac{a+bi}{s+k_1+ik_2} + \frac{a-bi}{s+k_1-ik_2}$$

$$x(t) = (a+bi)e^{-[k_1+ik_2]t} + (a-bi)e^{-(k_1-ik_2)t}$$

$$\stackrel{\text{ب}}{=} e^{-k_1t} \cdot e^{-ik_2t}$$

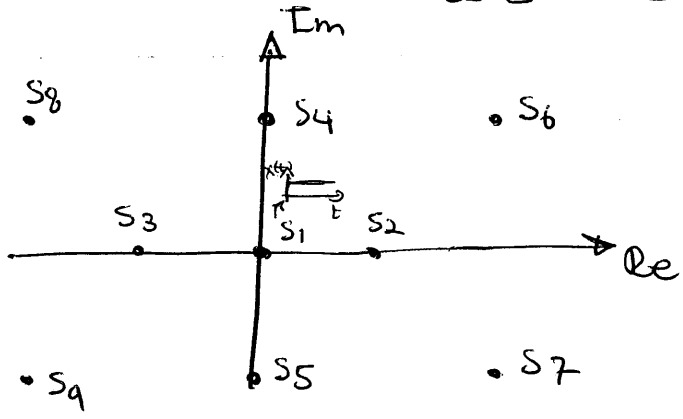
$$\hookrightarrow \cos k_2t - i\sin k_2t$$

جواب نهایی:
$$x(t) = 2e^{-k_1t} [a\cos k_2t + b\sin k_2t]$$

آنالیز کیفی ریشه ها:

$$(s+k_1+ik_2) \rightarrow s = -[k_1+ik_2]$$

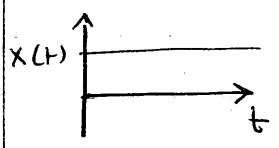
با این تابع Transfer نقشه ریشه را می توانیم تعیین کنیم.



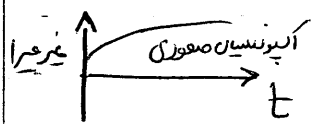
• s_4 و s_5 با هم هستند
 " " s_6 و s_7
 " " s_8 و s_9

۹ مکان برای ریشه امکان پذیر است.
 و ۶ حالت کل.

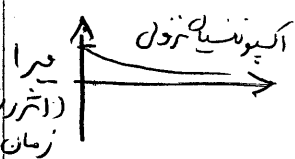
$$s = -[k_1 \pm ik_2]$$



$x(t) = A$ ← $0 = k_1 = k_2$: s_1

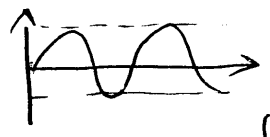


← $k_1 < 0$ و $0 = k_2$: s_2



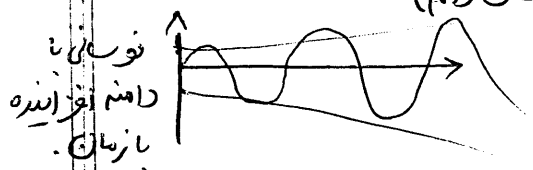
← $k_1 > 0$ و $0 = k_2$: s_3

در حد.



نوسان با دامنه ثابت (نوسان دائم)

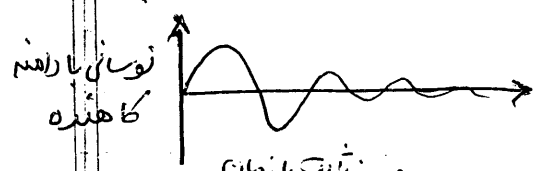
$k_1 = 0$: s_4 و s_5



نوسان با دامنه فزاینده یا نزاینده.

$k_2 \neq 0$ و $k_1 \neq 0$ و < 0 : s_6 و s_7

شکل: $\frac{1}{(s-1+i)}$



نوسان با دامنه کاهشنده

$k_1 \neq 0$ و > 0 : s_8 و s_9

$k_2 \neq 0$

مقدار ثابت بازماند

* علامت قسمت حقیقی ریشه تعیین کننده میرا بودن یا غیر میرا بودن پاسخ است
 * داشتن جزء موهومی معرف نوسانی بودن سیستم است و در اشتن آن بالعکس.

۲

$$F(s) = \frac{1}{s(s^2+1)(s^2+s+1)}$$

وقتاً بالا بفرمایید سیستم بین زرفکار طولانی
 به چه شکلی است؟
 * به چه وجهی لاپلاس شکون نمی گیریم :
 توانی
 قیمت دقیق منفر: نزول (میرا)
 قیمت موهومی: توانی
 که توانات میرا
 موهومی ندارد: توانی
 حقیقی: منفر: توان ثابت
 (s-1)(s+i)
 حقیقی ندارد
 بین توان دام

بنویسید از زمان طولانی: توانات فیرا از بین رفته.

عدد ثابت + توان دام $\rightarrow$ توان با دامنه ثابت.

$$s^2+2s+3=0 \rightarrow s = \frac{-2 \pm \sqrt{4-12}}{2} = -1 \pm i\sqrt{2}$$

بیش پایدار: آیا سیستم در حالت موهومی ریشه ای دارد یا خیر؟ اگر داشت نباید پایداری.
 آ + بودیم

قضایای تبدیل لاپلاس:

تخصیص داریم:

(۱) تخصیص مقدار نهایی:

$\lim_{t \rightarrow \infty} F(t) = ?$ حد $F(s)$ داریم.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} F(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s F(s)$$

مثال:

$$F(s) = \frac{1}{s(s^2+2s+1)}$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} s F(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s^2+2s+1} = 1$$

۵

$$\lim_{t \rightarrow \infty} P(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} s P(s)$$

۲) قضیه مقدار اولیه

$$\lim_{t \rightarrow \infty} P(t) = 0$$

در مثال قبل:

۳) قضیه تابع انتقال یافته Transferred Function (؟)

$$\mathcal{L} P(t-t_0) = ?$$

$$\text{مثال: } \mathcal{L} e^{-(t-1)} = ?$$

$$e^{-t} = P(t)$$

$$e^{-(t-1)} = P(t-1)$$

اثبات از تعریف:

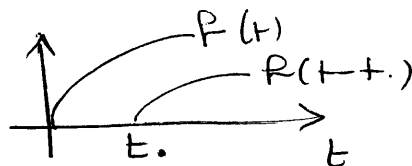
$$\int P(t-t_0) e^{-st} dt$$

تغییر متغیر: $t-t_0$

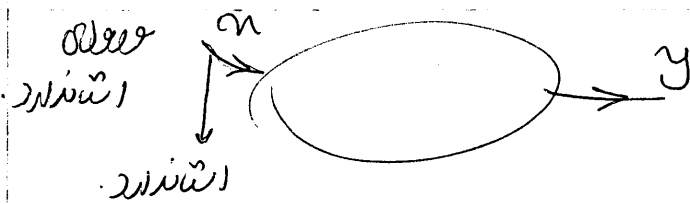
جواب نهایی: $\mathcal{L} P(t-t_0) = e^{-st_0} P(s)$ (توجه: در این رابطه t_0 می تواند عددی یا تابعی باشد)

$$\mathcal{L} P(t-t_0) = e^{-st_0} P(s)$$

$$\mathcal{L} e^{-(t-1)} = \frac{1}{s+1} e^{-s} \quad \text{چون } t_0 = 1$$



یا $P(t-t_0)$ تأخیر (تأخر)

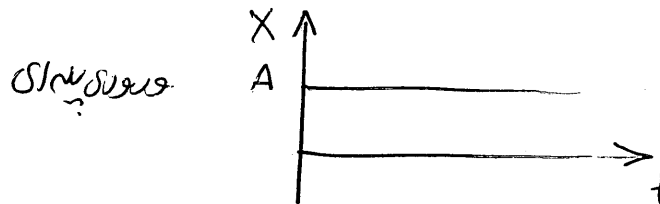


ورودی های استاندارد



1) ورودی پله ای

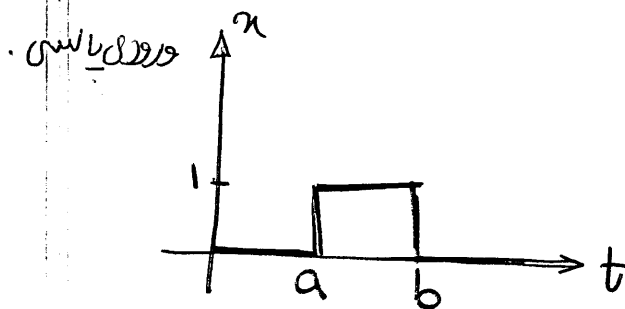
ورودی پله ای $x(t) = u(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases}$



$x(t) = Au(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ A & t > 0 \end{cases}$

$x(t) = 1 \rightarrow x(s) = \frac{1}{s}$

$x(t) = A \rightarrow x(s) = \frac{A}{s}$



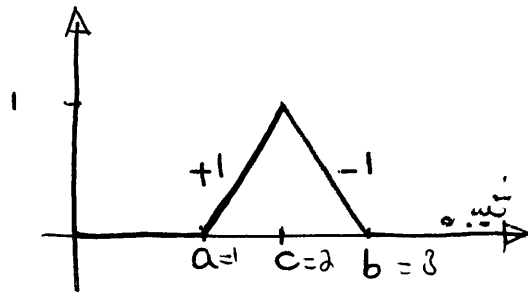
2) ورودی پالسی

$x(t) = \begin{cases} 0 & t < a \\ 1 & a < t < b \\ 0 & b < t \end{cases}$

$x(t) = u(t-a) - u(t-b)$

$x(s) = e^{-as} \frac{1}{s} - \frac{e^{-bs}}{s}$

4



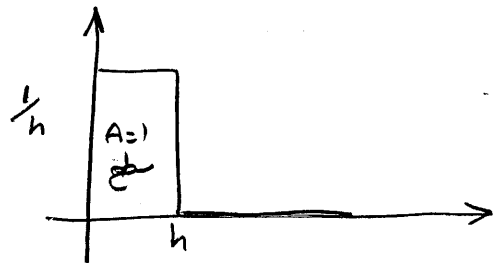
$(t-a)u(t-a) + \dots$
 ↓ شروع
 برای هر کس که a مقدار
 بخاطر خطی بودن

$$1 \times (t-1)u(t-1) - 2(t-2)u(t-2) + 1(t-3)u(t-3)$$

شیب جدید = شیب قبلی

$$+ 1(t-3)u(t-3)$$

شیب جدید = 0

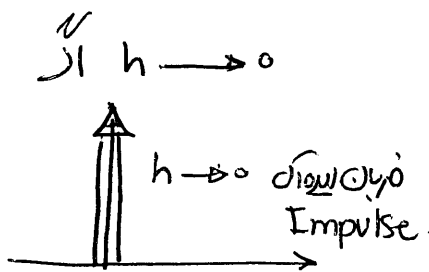


مقدار در هر نقطه

$$x(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ \frac{1}{h} & 0 < t < h \\ 0 & h < t \end{cases}$$

$$x(t) = \frac{1}{h} u(t) - \frac{1}{h} u(t-h)$$

$$X(s) = \frac{1}{hs} - \frac{e^{-hs}}{hs} = \frac{1-e^{-hs}}{hs}$$



$h \rightarrow 0 \quad x(t) = \delta(t)$ ضربه یا امپالس

در لحظه t_0 : $x(t) = \delta(t-t_0)$

مقدار $x(s) = \lim_{h \rightarrow 0} x(s) = \frac{0}{0}$

همیشه $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1 - e^{-hs}}{hs} = 1$

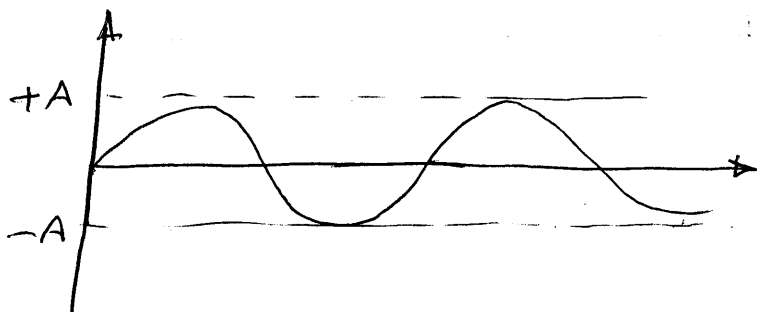
$$P(s) = s = s \times 1 \xrightarrow{\delta(s)}$$

$$P(t) = ? \quad P(t) = \frac{d\delta(t)}{dt}$$

$$P(s) = as + b$$

$$P(t) = a \frac{d\delta}{dt} + b\delta(t)$$

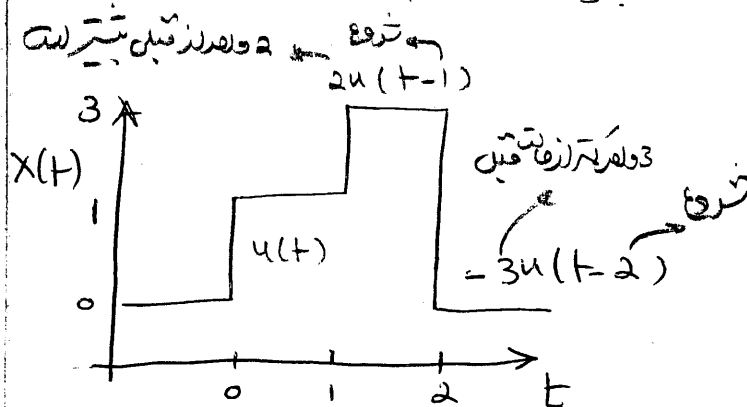
(۴) ورودی نوسانی



$$X(t) = A \sin(\omega t)$$

$$X(s) = \frac{A\omega}{s^2 + \omega^2}$$

توانع را می توان به شکل تابع Sin، Cos نوشت. یعنی این ورودی به رادبرگی گریزی می کشد.
به ورودی سینوسی یا کسینوسی به ساید راد است به ساید ورودی های پیدار است. (۵) -



$$x(t) = u(t) + 2u(t-1) - 3u(t-2)$$

$$X(s) = \frac{1}{s} + \frac{2e^{-s}}{s} - \frac{3e^{-2s}}{s}$$

$$= \frac{1}{s} [1 + 2e^{-s} - 3e^{-2s}]$$

V

$$F(s) = \frac{1}{s} + \frac{e^{-s} - e^{-2s}}{s^2} - \frac{e^{-3s}}{s}$$

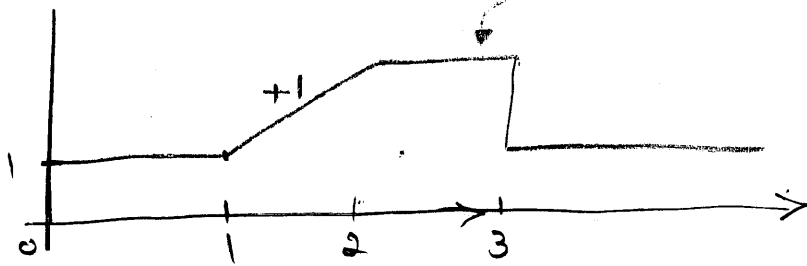
مثال:

$$= \frac{1}{s} + \frac{e^{-s}}{s^2} - \frac{e^{-2s}}{s^2} - \frac{e^{-3s}}{s}$$

$$u(t) = u(t) + 1 \times (t-1)u(t-1) + (-1)(t-2)u(t-2)$$

$$- u(t-3)$$

$$1 + (-1) = 0$$



$$F(s) = \frac{1}{s^2} - \frac{2e^{-s}}{s^2} + \frac{e^{-2s}}{s^2}$$

مثال:

$$\downarrow$$

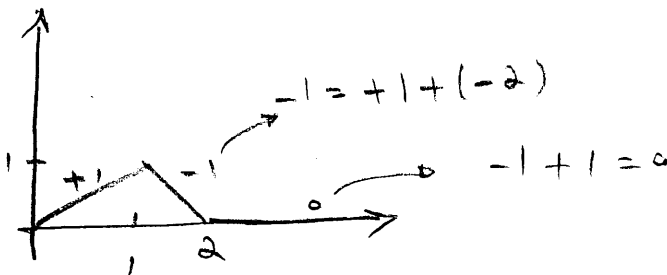
$$t u(t)$$

$$\downarrow$$

$$-2(t-1)u(t-1)$$

$$\downarrow$$

$$+(t-2)u(t-2)$$



مثال:

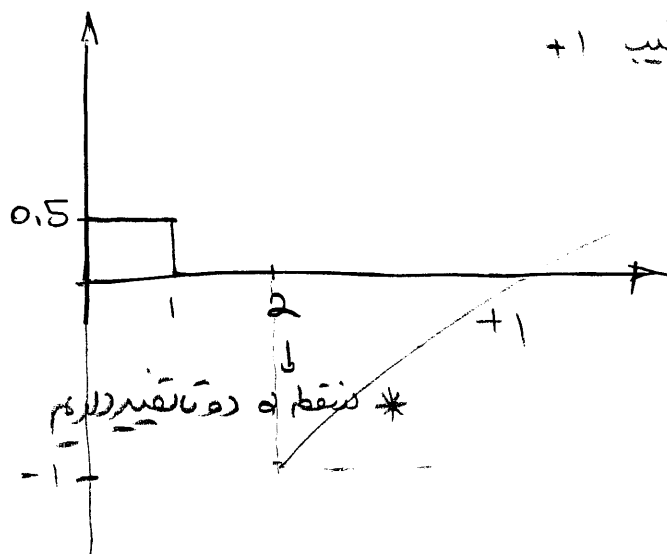
$$F(t) = 0.5u(t) - 0.5u(t-1) + (t-3)u(t-2)$$

$\neq R(t-2)$

$$F(t) = 0.5u(t) - 0.5u(t-1) + (t-2-1)u(t-2)$$

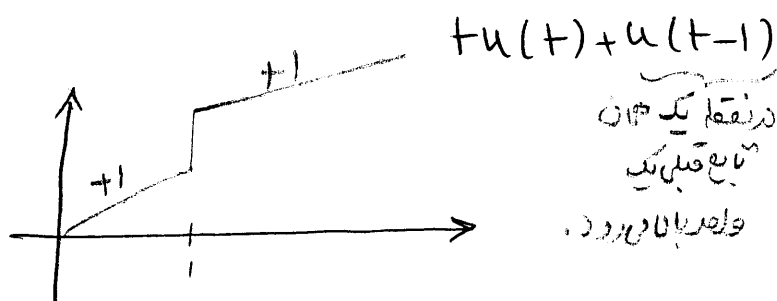
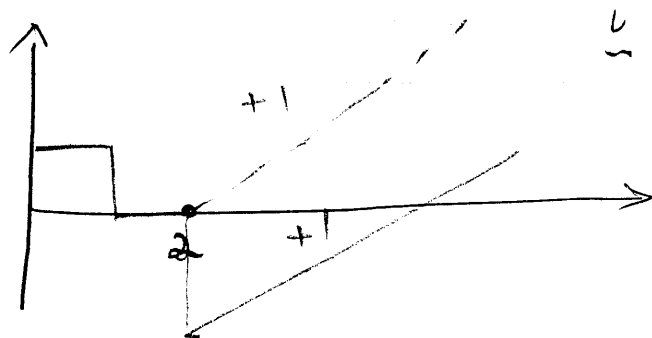
$$= \dots + (t-2)u(t-2) - u(t-2)$$

که در $t=2$ با شیب $+1$



در $t=2$ یک شیب باید
پایین شود

موقوفه =



مثال:

* برای یادگیری اولیه می توان توابع را جدا جدا رسم کرد و سپس با هم جمع کرد.



Λ

$(t-2)u(t-2)$ یعنی تابع $u(t)$ از نقطه شروع شده.
توهم: شیب صاف = شیب + شیب جدید.

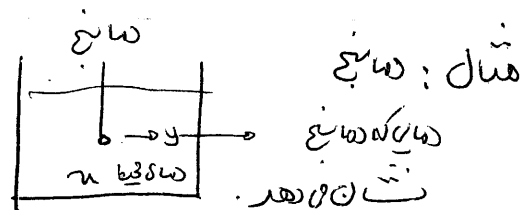
$$F(s) = \frac{3}{s^2} - \frac{3e^{-s}}{s} - \frac{e^{-2s}}{s}$$

تبدیل $F(t)$ رسم کرد.



۱) نسبت فایند: ۱۱ بید
۲) معادله دینامیک
۳) معادله به کمک تبدیل لاپلاس
۴) $y = F(x)$

سیستم‌های رگر اول:



Input - output + gen. = Acc.

$$h(x-y)A - 0 + 0 = mC_p \frac{dy}{dt}$$

↓
جریان حرارتی

$$x - y = \frac{mC_p}{hA} \frac{dy}{dt}$$

$$\frac{mC_p}{hA} \frac{dy}{dt} + y = x$$

معادله دیفرانسیل: $\frac{mC_p}{hA}$

$$\tau \frac{dy}{dt} + y = x$$

* توهم ضربه $\tau = 1$ است.
[برای بدست آوردن τ توهم]

سیستم دوم سیتمی است که در معادله دیفرانسیل آن مشتق از مرتبه اول باشد
(بالا مرتبه مرتبه مشتق یک باشد).

$$\tau \frac{dy}{dt} + y = u$$

$$\tau [sY(s) - y(0)] + y(s) = u(s)$$

$$\begin{cases} u - y = \frac{m C_p}{h A} \frac{dy}{dt} \\ u_s - y_s = 0 \end{cases}$$

$$X - Y = \tau \frac{dY}{dt}$$

$$Y = y - y_s$$

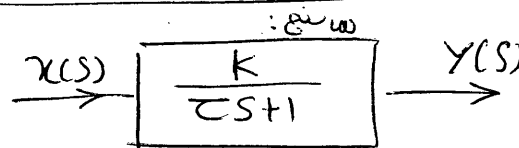
$$X = u - u_s$$

جایگزینی در معادله
تا اشیاء به درازن متن معادله
در لحظه صفر نباشد متغیرها را از افرای غایتی دهند.

$$\tau s Y(s) + Y(s) = X(s)$$

$$\boxed{\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{\tau s + 1}}$$

سیتم دوم اول:



$$\tau \frac{dY}{dt} + Y = KX$$

ثابت زمان

به حالت پایدار

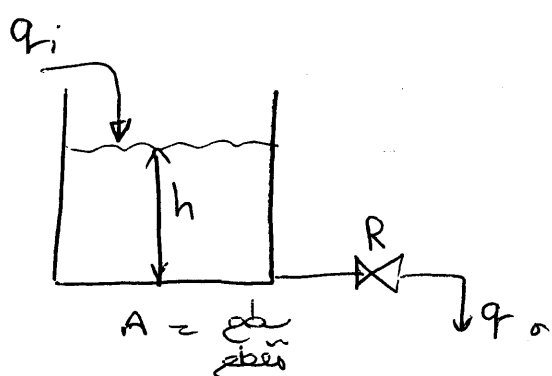
Steady state gain.

ON: نسبت ورودی به خروجی در حالت پایدار.

مثال: بهر وسیله یک است.

نسبت زمانی: زمانیکه سیگنال در آن زمان 63.2٪ مقدار نهایی می‌رسد.

مثال: سیگنال سطح



$$q_o = \frac{h}{R} \quad \text{اگر شیر فقط باشد}$$

$$P = cte \rightarrow \text{سیگنال همواره} = \text{سیگنال همواره}$$

$$\begin{cases} q_i - q_o = A \frac{dh}{dt} \\ q_{is} - q_{os} = 0 \end{cases}$$

$$Q_i - Q_o = A \frac{dH}{dt}$$

$$Q_i - \frac{H}{R} = A \frac{dH}{dt}$$

$$\underbrace{RA \frac{dH}{dt}}_{\tau} + H = \underbrace{RQ_i}_K$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{H(s)}{Q_i(s)} = \frac{R}{RAS + 1}}$$

سیگنال ورودی

$$\xrightarrow{Q_i(s)} \boxed{\frac{R}{\tau s + 1}} \xrightarrow{H(s)}$$

$$\frac{Q_o(s)}{Q_i(s)} = P$$

$$\frac{R Q_o(s)}{Q_i(s)} = \frac{R}{RAs+1}$$

$$\frac{Q_o}{Q_i} = \frac{1}{\tau s + 1}$$

در حالت Steady
در خروجی و ورودی یکسان شود
 $K=1$



$$\rho = c \tau$$

$$qC_o - qC = V \frac{dC}{dt}$$

$$qC_o - qC_s = V \frac{dC}{dt}$$

$$qC_o - qC = V \frac{dC}{dt}$$

$$C_o = C + \frac{V}{q} \frac{dC}{dt}$$

$$\tau_p = \frac{V}{q} \quad \text{و} \quad K_p = 1$$

Process

* تعریف: (تأخیر) یا پاس می نامیم و به هم می نزنیم.

$$\frac{C(s)}{C_o(s)} = \frac{1}{\tau s + 1}$$

زمان پرتخلف (تأخیر) $\tau = \frac{V}{q}$

10

$$\tau_{\text{مقاومت}} = R$$

$$\tau_{\text{ظرف}} = C$$

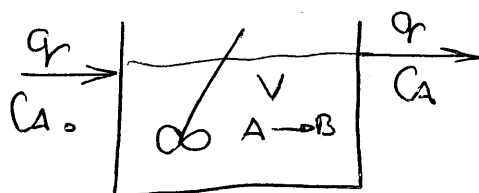
$$\tau = RC$$

ظرفیت × مقاومت

$$R = \frac{V \text{ نیروی محرکه}}{I \text{ دبی}}$$

$$C = \frac{\text{ظرفیت}}{\text{نیروی محرکه}}$$

	نیروی محرکه	دبی	مقاومت	ظرفیت	ظرفیت	τ
مقاومت الکتریکی	V	I	R	q	C	RC
ظرفیت حرارتی	h	q	$R = h/q$	Ah	$\frac{Ah}{h} = A$	RA
دما افت	ΔT	$hA \Delta T$	$1/hA$	$mC_p \Delta T$	mC_p	$\frac{mC_p}{hA}$
تأخیر انتقال	ΔC	qC	$1/q$ (تأخیر انتقال)	VC	V	V/q



$$-r_A = kC_A$$

In-out + gen

$$q_{A0} - q_A - V k C_A = V \frac{dC_A}{dt}$$

$$C_{A0} - C_A - \frac{V k}{q} C_A = \frac{V}{q} \frac{dC_A}{dt}$$

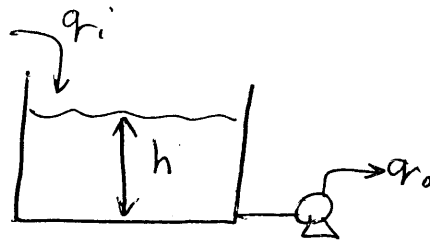
$$C_{A0} = \left(1 + \frac{V k}{q}\right) C_A + \frac{V}{q} \frac{dC_A}{dt}$$

$$\underbrace{\frac{1}{1 + \frac{V k}{q}}}_{k_p} C_{A0} = C_A + \underbrace{\frac{V/q}{1 + \frac{V k}{q}}}_{\tau_p} \frac{dC_A}{dt}$$

اگر زمان پرتده یک راکتور T_{mixed} باشد و درون راکتور واکنش درجه اول انجام شود ثابت زمانی برابر است با:

$$\tau = \frac{T}{1+KT} \quad (9)$$

$$T = \frac{V}{q_r}$$



در این سیستم: عبور دین ثابت که ارتباط به ارتفاع تانک ندارد.

$$q_o \neq \frac{h}{R}$$

$$q_i - q_o = A \frac{dh}{dt}$$

$$q_{is} - q_{os} = 0$$

$$Q_i - 0 = A \frac{dH}{dt}$$

$$Q_i(s) = ASH(s)$$

$$\frac{H(s)}{Q_i(s)} = \frac{1}{AS}$$

عامل انتقال (انتگرال)

اگر مقاومت داشته باشیم (شیر با R) $\rightarrow \frac{H}{Q_i(s)} = \frac{R}{RAS+1}$

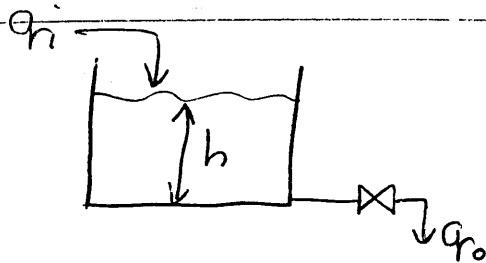
این سیستم نیاز به عمل اندرآورد ندارد چون $\frac{1}{s}$ را در تابع Transfer دارد بنابراین برای آن PD مناسب است نه PI.

توجه کنید تانک اگر دین ضریب یک بگذارد تابع Transfer آن تانک را بصورت $\frac{1}{AS}$ دستخط میکنیم.

در خطی کردن:

* چون در هر یک h خطی داریم، توابع بدست آمده زمانی که تغییرات ارتفاع از h خیلی دور نیست قابل استفاده است.

11



مسئله: q_o به h چقدر بستگی دارد؟

$$q_o = C \sqrt{h}$$

$$q_o = f(h) \text{ چقدر بستگی دارد؟}$$

$$q_i - q_o = A \frac{dh}{dt}$$

$$q_{is} - q_{os} = 0$$

$$Q_i - [C\sqrt{h} - C\sqrt{h_s}] = A \frac{dH}{dt}$$

$$\int \sqrt{f(H)} = P$$

* می توانیم با بسط تیلور q_o را به h_s نزدیک کنیم.

$$f(x) = f(x_s) + (x - x_s)f'(x_s) + \dots$$

$$C\sqrt{h} = C\sqrt{h_s} + (h - h_s) \frac{C}{2\sqrt{h_s}}$$

$$C\sqrt{h} - C\sqrt{h_s} = H \times \frac{C}{2\sqrt{h_s}}$$

$$Q_i - \frac{C}{2\sqrt{h_s}} H = A \frac{dH}{dt}$$

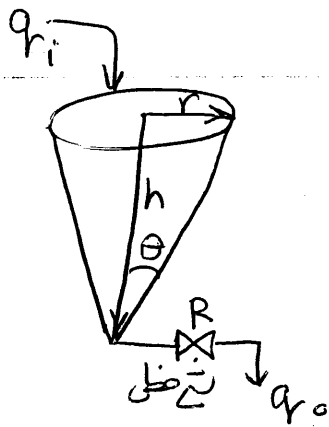
$$\frac{H}{R}$$

باید بسط تیلور را به h_s نزدیک کنیم.

$$\Rightarrow \frac{C}{2\sqrt{h_s}} = \frac{1}{R} \rightarrow$$

$$R = \frac{2\sqrt{h_s}}{C}$$

مقاومت خطی شده.



$$q_i - q_o = \frac{dV}{dt}$$

مثال :

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$r = h \tan \theta$$

در صورتی که r و h با هم تغییر کنند، r را می توان به صورت $r = h \tan \theta$ نوشت.

$$q_i - q_o = \frac{dV}{dt}$$

$$q_i - \frac{h}{R} = \frac{\pi}{3} \tan^2 \theta \frac{dh^3}{dt}$$

$$h^3 = h_s^3 + (h - h_s) 3 h_s^2$$

$$q_i - \frac{h}{R} = \frac{\pi \tan^2 \theta}{3} \frac{d(h^3 - h_s^3)}{dt}$$

$$q_i - \frac{h}{R} = \frac{\pi \tan^2 \theta}{3} 3 h_s^2 \frac{dH}{dt}$$

A غلط شده است.

$$A = \pi h_s^2 \tan^2 \theta$$

راه دوم :

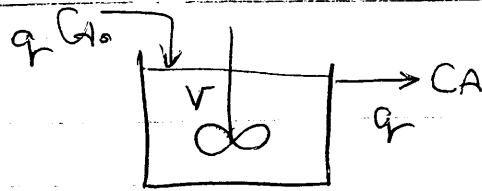
$$P(u) - P(u_s) = (u - u_s) P'(u_s)$$

مشتق $\times$ متغیر اضافی

تفاوت این همواره با $P(u)$ غیر خطی متغیر اضافی فریب مشتق را دارد و هیچ

❌

۱۲



$-r_A = k C_A^2$

$q C_{A0} - q C_A - V(-r_A) = V \frac{dC_A}{dt}$

$q C_{A0} - q C_A - \frac{V}{q} (k C_A^2) = V \frac{dC_A}{dt}$

$C_{A0} - C_A - \frac{V k}{q} (2 C_{As}) C_A = \frac{V}{q} \frac{dC_A}{dt}$

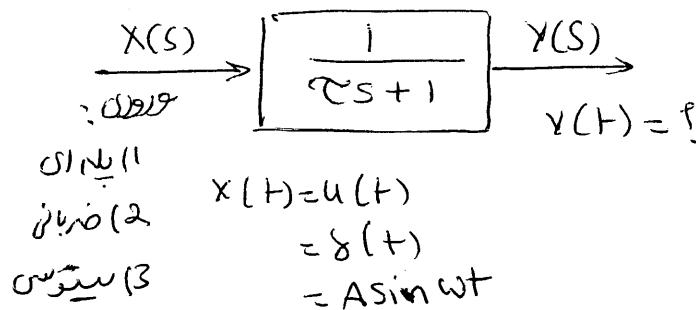
اگرچه یک تدریس

$1 - \left[1 + \frac{V k (2 C_{As})}{q} \right] C_A = \frac{V}{q} \frac{dC_A}{dt}$

$\Rightarrow \tau = \frac{V/q}{1 + \frac{V 2 C_{As} k}{q}}$

$K_p = \frac{1}{1 + \frac{V}{q} 2 k C_{As}}$

$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{\tau s + 1}$: مدلهای



با تغییر پارامترهای سیستم می توانیم به خواص مختلفی دست یابیم

تایم سیستم به ورودی های استاندارد:

$$x(t) = u(t)$$

(۱) ورودی پله ای:

$$X(s) = \frac{1}{s}$$

$$Y(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{\tau s + 1}$$

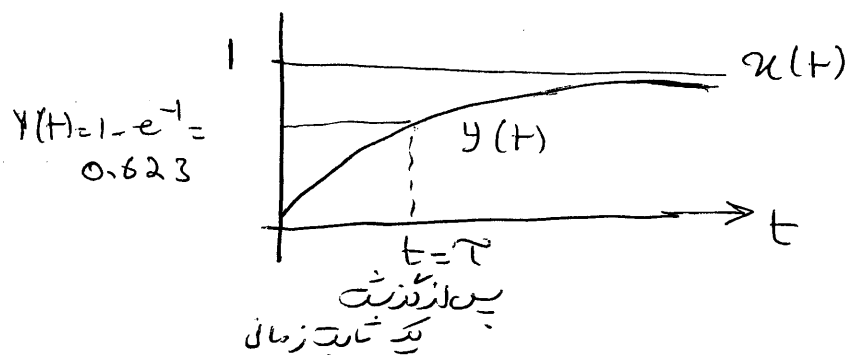
$$= \frac{C_1}{s} + \frac{C_2}{\tau s + 1} \rightarrow \frac{1}{\tau} (s + \frac{1}{\tau})$$

$$* s \text{ و } s=0 \rightarrow C_1 = 1$$

$$* (\tau s + 1) \text{ و } s = -\frac{1}{\tau} \rightarrow C_2 = -\tau$$

$$\Rightarrow y(t) = 1 - \tau e^{-t/\tau}$$

$$y(t) = 1 - e^{-t/\tau}$$



ثابت زمان: زمان است که سیستم به ۶۳.۲٪ مقدار نهایی اش برسد.

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{K_p}{\tau s + 1}$$

$$X(t) = A u(t)$$

$$X(s) = \frac{A}{s}$$

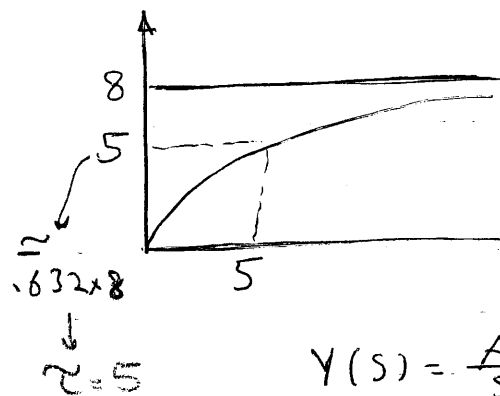
بدون غلطی :

$$Y(t) = A K_p [1 - e^{-t/\tau}]$$

مقدار نهایی
 $t \rightarrow \infty$

$$= A K_p$$

نکته :
 با تغییر یک سیگنال ورودی
 یک ورودی پله ای
 به اندازه ۳ ولت
 مطابق شکل ورودی را
 تابع انتقال سیستم را
 مشخص کنید.



$$Y(s) = \frac{A}{s} \cdot \frac{k}{\tau s + 1}$$

مقدار نهایی = AK

$$= 8$$

$$A = 3 \rightarrow K = \frac{8}{3}$$

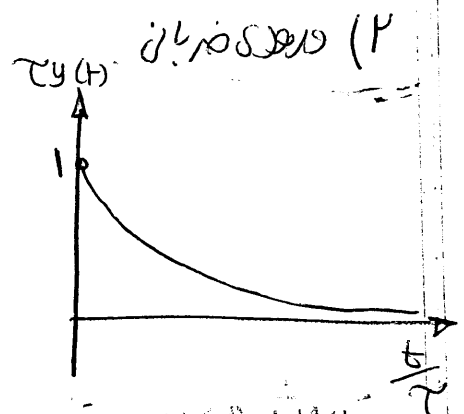
~~8/3~~

$$G(s) = \frac{8/3}{5s + 1}$$

$$8(t) \rightarrow \left[\frac{1}{\tau s + 1} \right] \rightarrow Y(t) = ?$$

$$Y(s) = 1 \times \frac{1}{\tau s + 1}$$

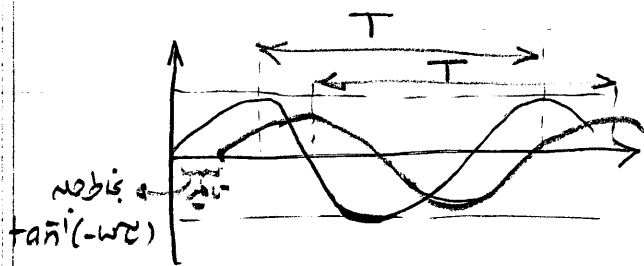
$$Y(t) = \frac{1}{\tau} e^{-t/\tau}$$



این بهشت این است تغییر مقدار اولی با زنی گردد

$$\begin{aligned} \mathcal{U}(H) &= A\delta(t) \\ G(s) &= \frac{k}{\tau s + 1} \end{aligned}$$

$$\boxed{\frac{\tau y(t)}{Ak} = e^{-t/\tau}}$$



(۲) ورودی سینوسی :

$$\mathcal{U}(t) = A \sin(\omega t)$$

$$\mathcal{U}(s) = \frac{A\omega}{s^2 + \omega^2}$$

$$Y(s) = \frac{A\omega}{(s^2 + \omega^2)(\tau s + 1)}$$

پولهای $s = -1/\tau$ و $\pm i\omega$ را در نظر بگیرید. $a \pm bi$ فرکانس دارد.

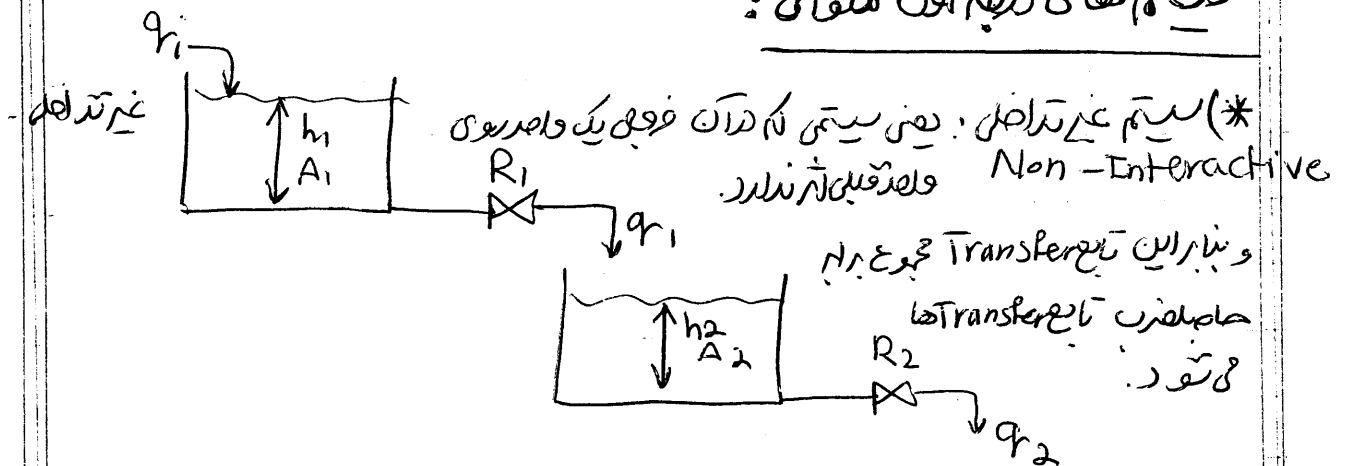
$$y(t) = \frac{1}{\sqrt{1 + \tau^2 \omega^2}} A \sin(\omega t + \tan^{-1}(-\omega\tau))$$

یا به عبارت دیگر (این نیز زمان طولانی)

پاسخ یک سیستم به یک ورودی سینوسی تابعی سینوسی است با همان فرکانس با دامنه‌ای کوچکتر از دامنه ورودی و با تأخیر زمانی.

۱۴

سیستم‌های رله اول متوالی :



$$\frac{H_1(s)}{Q_i(s)} = \frac{R_1}{\tau_1 s + 1}$$

$$\tau_1 = R_1 A$$

$$\frac{Q_1}{Q_i} = \frac{1}{\tau_1 s + 1}$$

برای تانک دوم :

$$q_1 - q_2 = A_2 \frac{dh_2}{dt}$$

$$\frac{H_2(s)}{Q_1(s)} = \frac{R_2}{\tau_2 s + 1}$$

$$\tau_2 = R_2 A_2$$

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{1}{\tau_2 s + 1}$$

$$\frac{H_2}{Q_i} = \frac{H_2}{Q_1} \times \frac{Q_1}{Q_i}$$

$$= \frac{R_2}{\tau_2 s + 1} \times \frac{1}{\tau_1 s + 1}$$

$$\boxed{\frac{H_2}{Q_i} = \frac{R_2}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}}$$

$$\frac{H_2}{H_1} = ? = \frac{H_2}{Q_1} \times \frac{Q_1}{H_1}$$

$$= \frac{R_2}{\tau_2 s + 1} \times \frac{1}{R_1}$$

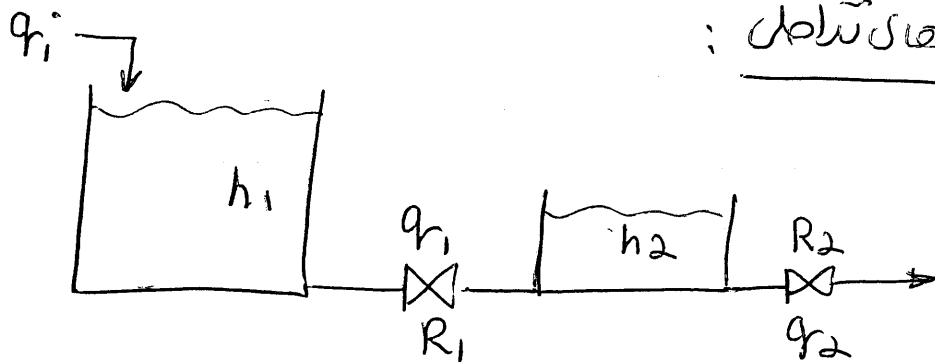
$$\boxed{\frac{H_2}{H_1} = \frac{R_2/R_1}{\tau_2 s + 1}} \rightarrow \text{نسبت } \frac{Q_2}{Q_1} \text{ نسبت به } \frac{H_2}{H_1}$$

$$F(s) = (\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)$$

$$= \tau_1 \tau_2 s^2 + (\tau_1 + \tau_2)s + 1$$

در سیستم اول متوالی مانند سیستم دوم اثر می کند.

سیستم های تداپی :



$$q_i - q_1 = A_1 \frac{dh_1}{dt} \quad \text{تنگنا اول}$$

نمودار: افت و ارتفاع مخزن

$$q_i - \frac{(h_1 - h_2)}{R} = A_1 \frac{dh_1}{dt}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} q_1 - q_2 = A_2 \frac{dh_2}{dt} \\ \frac{(h_1 - h_2)}{R_1} - \frac{h_2}{R_2} = A_2 \frac{dh_2}{dt} \end{array} \right. \quad \text{تنگنا دوم}$$

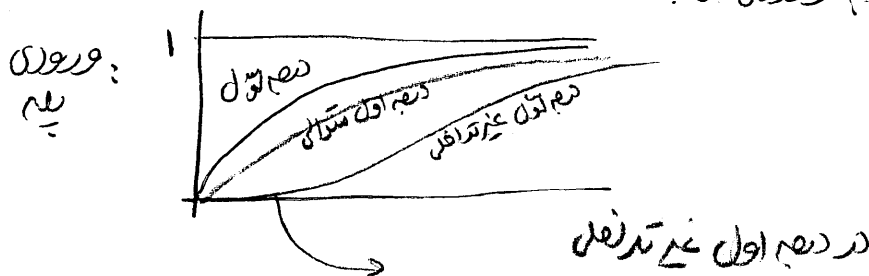
نمودار: دو مخزن پیوسته (در دو مخزن از هم مستقل نیستند) (توی هتند)

یعنی تنگ اول از تنگ دوم آهسته‌تر پذیرد.
از اصل هرمان استفاده:

$$\frac{H_2}{Q_i} = \frac{R_2}{\tau_1 \tau_2 s^2 + (\tau_1 + \tau_2 + A_1 R_2) s + 1}$$

لوازش نامرئی غیر تدریجی
نشان دهنده تدریج و لوازش و رقیق

پایه بین سیستم ورودی ها:



شیب در لحظه صفر = ۰

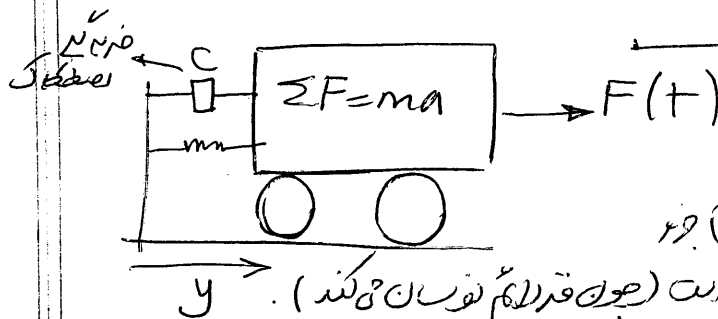
سیستم‌های درجه اول مقبولی خواص تدریج و خواص غیر تدریجی باشند هیچ‌گاه رقیق نمی‌شوند.
نوسانی ندارند یعنی ریشه حقیقی ندارند.

از بیاد درجه سیستم موجب کنده پایانه سیستم می‌گردد.

درجه سیستم کمتر باشد پایانه کندتر.

$$r = n - m$$

درجه مرتبه سیستم



سیستم درجه ۲

اگر درجه سیستم تابع انتقال (ریشه) جزء حقیقی نداشته باشد و جزء حقیقی صاف باشد (چون قدر لایم نوسان می‌کند).

$$F(t) - k y - c \frac{dy}{dt} = \frac{w}{g_c} \frac{d^2 y}{dt^2}$$

معادله حرکت
سیستم
نمایی

$$F(t) - KY - c \frac{dY}{dt} = \frac{w}{g_c} \frac{d^2 Y}{dt^2}$$

$$\frac{w}{g_c k} \frac{d^2 Y}{dt^2} + \frac{c}{k} \frac{dY}{dt} + Y = \frac{F(t)}{k} = X(t)$$

سیستم هم: معادله نورانی از هم هم

سیستم های هم به هم به ک دو بار کمتر نیاز دارند

$2\xi\tau$

$$\tau^2 Y'' + 2\xi\tau Y' + Y = X$$

شاید زمان

فرض برای
Damping Factor.

وای $\rightarrow \tau^2 s^2 Y(s) + 2\xi\tau s Y(s) + Y(s) = X(s)$

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{\tau^2 s^2 + 2\xi\tau s + 1}$$

در اینجا: $\tau = \sqrt{\frac{w}{g_c k}}$

$$2\xi\tau = \frac{c}{k} \rightarrow \xi = \frac{c/k}{2\sqrt{\frac{w}{g_c k}}} = \frac{c}{2\sqrt{wk}}$$

$$\xi = \sqrt{\frac{g_c}{4wk}}$$

$$K = \sum K_i$$

موازی

k صفرتر:

$$\frac{1}{K_{\text{در}}}} = \sum \frac{1}{K_i}$$

کابینک را در فرکانس τ میزنیم.
چون.

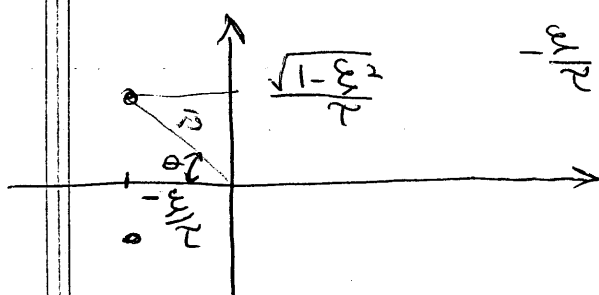
$$y(s) = \frac{x(s)}{\tau^2 s^2 + 2\xi\tau s + 1}$$

$$= \underbrace{\quad}_{\text{جزء ای یا جیات برای ورودی}} + \frac{\quad}{s-1} + \frac{\quad}{s-s_2}$$

$$s_{1,2} = \frac{-\xi\tau \pm \sqrt{\xi^2\tau^2 - \tau^2}}{\tau^2}$$

$$s_{1,2} = -\frac{\xi}{\tau} \pm \frac{\sqrt{\xi^2 - 1}}{\tau}$$

رفتار سیستم هم نوعاً نوسانی و غیر نوسانی بودن به ξ بستگی دارد.



$$-\frac{\xi}{\tau} \pm i \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\tau}$$

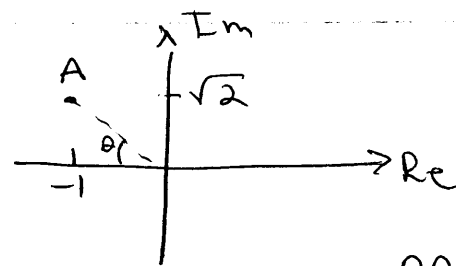
$\xi > 1$: ریشه حقیقی منفی
 $\xi = 1$: ریشه مضاعف منفی
 $\xi < 1$: ریشه مختلط با جزء حقیقی منفی

$$\text{طول دایره} = \sqrt{\frac{\xi^2}{\tau^2} + \frac{1-\xi^2}{\tau^2}} = \frac{1}{\tau}$$

$\xi > 1$: نوسانات میرا
 $\xi = 1$: اسیمنشیال میرا
 $\xi < 1$: " "

$$\cos\theta = \frac{\xi/\tau}{1/\tau} = \xi$$

اگر از مبدأ و به نقطه ای در روی مکان هندسی ریشه های پاره خطی وصل کنیم طول آن پاره خط عکس ثابت زمان و کسینوس زاویه آن که با محور حقیقی سازگار است.



$$OA = \sqrt{1 + (\sqrt{2})^2} = \sqrt{3}$$

$$\text{طول موج} = \sqrt{\frac{\xi^2}{\tau^2} + \frac{1-\xi^2}{\tau^2}} = \frac{1}{\tau}$$

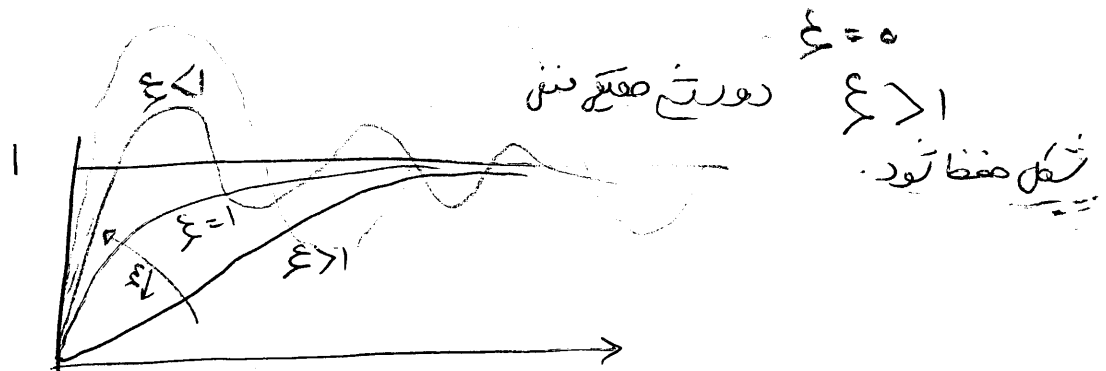
$$\xi = \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

نکته: سیستم‌های ریز و هم ریز با تغییر مقدار ξ از 0 تا 1 تغییر می‌کند.

کمتر از 1	under damp	$\xi < 1$
میزان 1	critically damp	$\xi = 1$
بیشتر از 1	Overdamp	$\xi > 1$

$$\tau(s) \rightarrow \boxed{\frac{1}{s^2 + 2\xi\tau s + 1}} \rightarrow y(t) = ?$$

با واریبل $y(s) = \frac{1}{s} \times \frac{1}{s^2 + 2\xi\tau s + 1}$



(*) $\xi = 1$ ، میرایی 0 ، سریع ترین راه رسیدن بدون نوسان به پاسخ است .
 * هر چه ξ بزرگتر ، صاف تر نوسان .

۱-۱ فوئانات صرا:

نیاز به حفظ
نیست

$$Y(t) = 1 - \frac{e^{-\xi t/\tau}}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\tau} t + \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right)\right)$$

فوئانات با دامنه کمند.

نیاز به حفظ
نیست

$$Y(t) = 1 - \left(1 + \frac{t}{\tau}\right) e^{-t/\tau} \quad : \xi = 1$$

$$Y(t) = 1 - e^{-\xi t/\tau} \left[\cosh\sqrt{\xi^2-1} \frac{t}{\tau} + \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2-1}} \sinh\left[\frac{\sqrt{\xi^2-1}}{\tau} t\right] \right] \quad : \xi > 1$$

همه فریب به ال کوپلر شود یا سغ نویسی نمی گردد.

۲- سیستم های دوم مرتبه اول متداول هیچگاه کمتر از یک نمی شود (نویسی می شوند)

دوم اول متوالی → غیر تلافی = $\frac{1}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$

دورخ صفتی تفکیک شده دارند برای هیچگاه ۲ کمتر از یک ندارند.

$$\text{غیر تلافی} = \frac{1}{\tau_1 \tau_2 s^2 + (\tau_1 + \tau_2)s + 1}$$

$$\xi = \frac{\tau_1 + \tau_2}{2\sqrt{\tau_1 \tau_2}} \quad \tau = \sqrt{\tau_1 \tau_2}$$

دسته بندی
واریانس
دسته بندی

تلافی → $\begin{cases} \xi = (\tau_1 + \tau_2 + AR_1)/2 \\ \tau = \sqrt{\tau_1 \tau_2} \end{cases}$

بصورت طالت تلافی یک عبارت اضافه شده
پس با هم ۱ > ξ

سیستم های دوم اول متوالی غیر نویسی هستند.
یعنی مندر غیر تلافی پایین و در زیر در لحاظ
گاهی ۱ > ξ

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = G(s)$$

$$X(s) = \frac{1}{s} \quad \text{پله}$$

$$X(s) = 1 \quad \text{ضرب}$$

$$Y_2(s) = s Y_1(s) \quad \leftarrow \begin{cases} Y_1(s) = \frac{1}{s} G(s) \\ Y_2(s) = G(s) \end{cases}$$

یا یخ پله را ضرب

$$Y_2(t) = \frac{dY_1}{dt}$$

پس اگر $Y_2(t)$ بدست آمده مشتق بگیریم یا یخ ضربان بدست می آید.

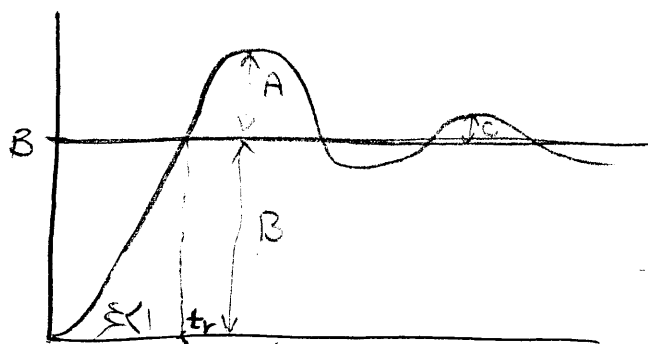
$$Y(t) = 1 - t e^{-2t} \quad \text{پس یخ پله بدست می آید}$$

$$Y(t) = ? = \frac{d}{dt} [1 - t e^{-2t}]$$

ضربان

حل مسئله

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{1 + 2\zeta s^2 + 2\zeta s + 1}$$



پس خروجی پله ای.

1) فراتر Overshoot

حداکثر افزایش پاسخ از مقدار نهایی.

$$\text{overshoot} = \frac{A}{B}$$

1A

$$\text{overshoot } t = \frac{A}{B} = \exp \left[\frac{-\pi \xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \right]$$

$\xi \downarrow \rightarrow \text{overshoot} \uparrow$

$\frac{C}{A} =$ نسبت فویش Decay Ratio (2)

$$\frac{C}{A} = \exp \left[-\frac{2\pi \xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \right]$$

$$\frac{C}{A} = \left(\frac{A}{B} \right)^2$$

زمان t_r rising time (3)

زمان است که سیگنال برای اولین بار به مقدار نای خود برسد.

$$y = B \left[1 - \frac{e^{-\xi t/\tau}}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin \left[\frac{\sqrt{1-\xi^2} t}{\tau} + \dots \right] \right]$$

$$y = B \left[t = \frac{\left[n\pi - \tan^{-1} \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi} \right] \tau}{\sqrt{1-\xi^2}} \right] \quad n=1, 2, \dots$$

با $n=1$ کار داریم:

$$t_r = \frac{\left[\pi - \tan^{-1} \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi} \right] \tau}{\sqrt{1-\xi^2}}$$

(4) زمان t_p : Peak time

max $\rightarrow$ زمان $n=1$ است

$$\frac{dy}{dt} = 0 \rightarrow t_p = \frac{n\pi\tau}{\sqrt{1-\xi^2}}$$

زمان است که سیگنال به حالت است.

دارای max و min.

$$y(t) = 1 - \frac{e^{-\xi t/\tau}}{\sqrt{1-\xi^2}} \left[\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\tau} t + \tan^{-1} \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi} \right]$$

$$\omega = \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\tau} \quad \text{فکانس رادان}$$

$$= 2\pi f \longrightarrow f = \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{2\pi\tau}$$

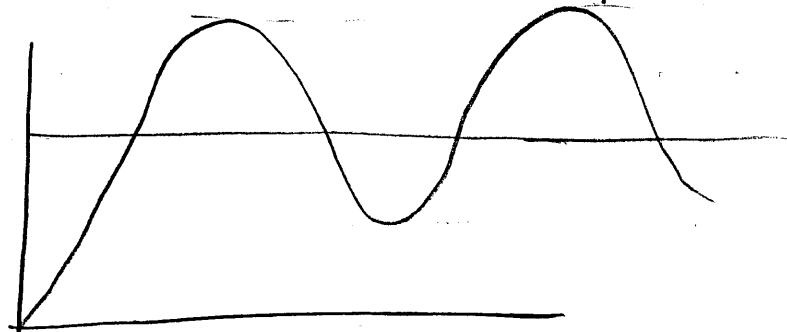
$$= \frac{2\pi}{T} \longrightarrow T = \frac{2\pi\tau}{\sqrt{1-\xi^2}}$$

$$\boxed{T = 2t_p} \quad , \quad t_p = \frac{\pi\tau}{\sqrt{1-\xi^2}}$$

$$\xi = 0 \quad S_{1,2} = -\frac{\xi}{\tau} \pm \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\tau} i$$

$$\xi = 0 \Rightarrow S_{1,2} = \pm \frac{1}{\tau} i \Rightarrow \text{یاغنییم}$$

نصورت نوسان دائم است.



$$\xi = 0 \longrightarrow \omega_n = \frac{1}{\tau} \longleftarrow \omega|_{\xi=0}$$

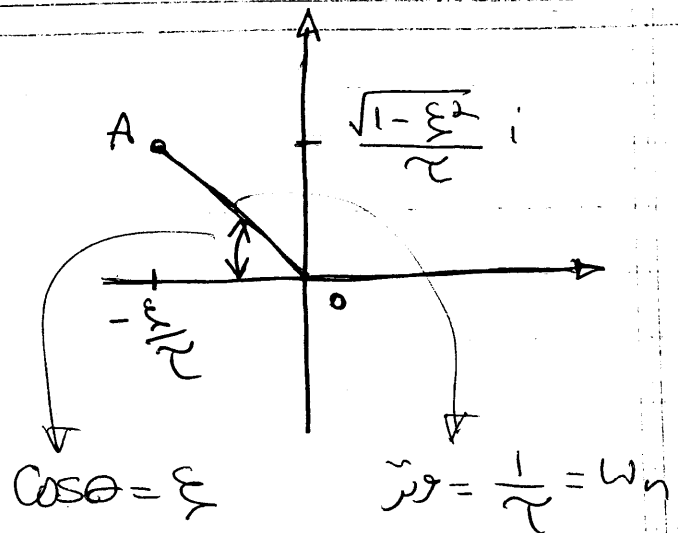
فکانس طبیعی نوسان.

14

$$\omega_n = \frac{1}{\tau}$$

$$f_n = \frac{1}{2\pi\tau}$$

$$T_n = 2\pi\tau$$



۱۵. زمان پاسخ (Response time) :-

زمان است که پاسخ سیستم به $\pm 95\%$ یا $\pm 98\%$ به جواب درسد.

پاسخ سیستم به $\pm 95\%$ یا $\pm 98\%$ به جواب درسد:

$$\frac{y(s)}{x(s)} = \frac{1}{\tau^2 s^2 + 2\xi\tau s + 1}$$

$$x(t) = A \sin \omega t$$

$$x(s) = \frac{A\omega}{s^2 + \omega^2}$$

$$y(t) = ?$$

$$y(s) = \frac{A\omega}{s^2 + \omega^2} \times \frac{1}{(s-s_1)(s-s_2)}$$

$$s_{1,2} = -\frac{\xi}{\tau} \pm \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\tau} i, \xi < 1$$

$$y(s) = \frac{A\omega}{s^2 + \omega^2} \times \frac{1}{(s-s_1)(s-s_2)}$$

$$s_{1,2} = -\frac{\xi}{\tau} \pm \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\tau} i \quad \xi < 1$$

$$= -\frac{\xi}{\tau} \pm \frac{\sqrt{\xi^2-1}}{\tau} \quad \xi > 1$$

$$= -\frac{1}{\tau} \quad \xi = 1$$

در تمام این حالت‌ها ریشه در سمت چپ محور حقیقی است.

در نتیجه پاسخ همواره میرا است. ^{بسیار ساده و آسان} جواب به از زمان طولانی نوسان دائمی است.

$$t \rightarrow \infty \Rightarrow y \rightarrow \infty$$

اثرات گذات $t \rightarrow \infty \Rightarrow$

اثرات گذات $\omega + \omega$ باقی می‌ماند

و اثرات گذات ناشی از $s_{1,2}$ حذف می‌شود. (به عنوان مقیدر مقیدر صاف)

منفی است.
مغتنق از مقیدر

یعنی:

$$= \frac{a+bi}{s+iw} + \frac{a-bi}{s-iw} + \frac{1}{s-s_1} + \frac{1}{s-s_2}$$

نوسان دائمی

به عنوان مقیدر

$$y(t) = \underbrace{(AR)}_A \sin(\omega t + \Phi)$$

$$\text{نسبت به} = AR, A = \frac{A}{\sqrt{(1-\tau^2\omega^2)^2 + (2\xi\tau\omega)^2}}$$

$$\Phi = \tan^{-1}\left(\frac{-2\xi\omega\tau}{1-\tau^2\omega^2}\right)$$

۲۰

$$y(t) = \frac{A}{\sqrt{(1-\zeta^2\omega^2)^2 + (2\zeta\omega)^2}} \sin\left(\omega t - \tan^{-1} \frac{2\zeta\omega}{1-\zeta^2\omega^2}\right)$$

۱) فرکانس نوسان یا فرکانس سیستم دوم ω به ورودی سینوس با فرکانس ω ورودی یکسان است.

۲) پاسخ سیستم دوم ω دارای یک تأخیر زمان به فرم $\tan^{-1} \frac{2\zeta\omega}{1-\zeta^2\omega^2}$ خواهد بود.

۳) دامنه پاسخ همی تواند بزرگتر و کوچکتر دامنه ورودی باشد.

$$\begin{aligned} \zeta < \frac{\sqrt{2}}{2} = 0.707 &\rightarrow \text{دامنه ورودی} > \text{دامنه پاسخ} \\ \zeta > \frac{\sqrt{2}}{2} &\rightarrow \text{دامنه ورودی} < \text{دامنه پاسخ} \\ \zeta = \frac{\sqrt{2}}{2} &\rightarrow \text{دامنه ورودی} = \text{دامنه پاسخ} \end{aligned}$$

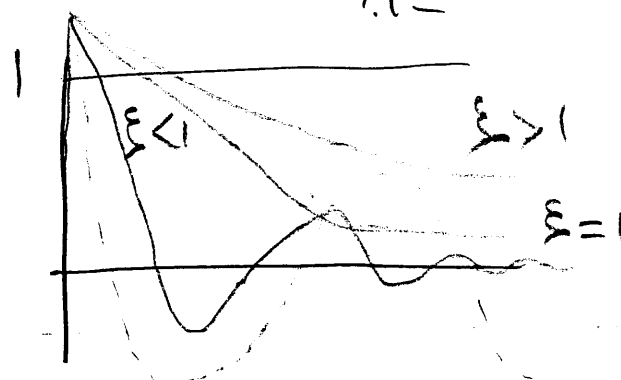
پاسخ سیستم دوم ω به ورودی همی باشد.

$$x(t) = \delta(t) \rightarrow \boxed{\text{سیستم دوم}} \rightarrow y(t)$$

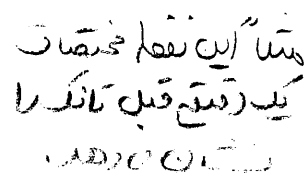
$$y_2(t) = \frac{dy_1(t)}{dt}$$

پاسخ سیستم دوم به ورودی ضربه

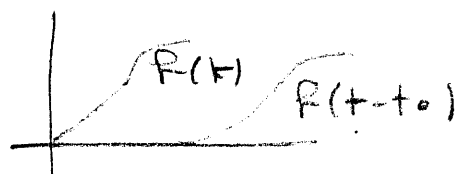
پاسخ سیستم دوم به ورودی همی



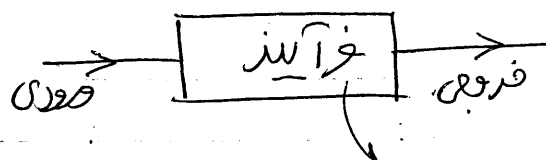
$$\text{overshoot} = 1 - \exp\left[\frac{-\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right] = \text{max overshoot}$$



$(P_2 - 1)^A \times$



$$\mathcal{L}\{x(t - \tau_d)\} = e^{-\tau_d s} X(s)$$



برای معادلات استاندارد $\left. \begin{array}{l} (1) \text{ میان } \\ (2) \text{ معادله فونرینس (شرط خیزه) } \\ (3) \text{ معادله پیرسون} \end{array} \right\} \rightarrow$

$y = P(x) \quad , \quad \frac{y(x)}{x(x)} = P$

۱۲ " " = بر روی سیم‌های با سیم‌های مسکونی.

$\frac{Y(s)}{X(s)} = G_p(s)$ تابع تبدیل فرکانس

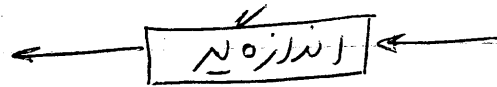
$$G_p(s) \rightarrow \frac{k}{\tau s + 1}$$

$$G_p(s) \rightarrow \frac{1}{\tau^2 s^2 + 2\zeta\tau s + 1}$$

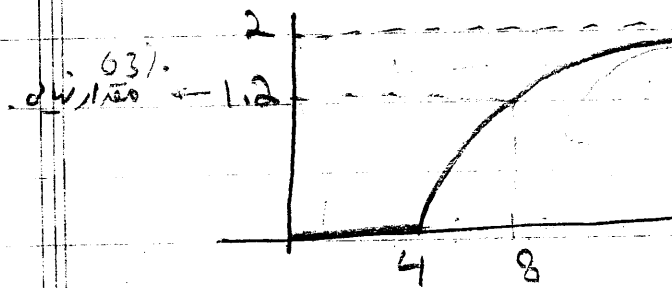
تلفیق تمامی این توابع با $\mathcal{L}_{\text{DRL}}^{\text{DRL}}$ هم داریم یعنی جابجایی تابع

۲۱

اندازه گیر $\rightarrow G_m(s)$
تایع انتقال توسط سازنده بدیده شود
اندازه گیر



بدست آوردن تایع انتقال $\rightarrow$ راه اول: بیهوده
 $\rightarrow$ راه دوم: تجربی (آزمایشات شناسایی)
مثال: تایع تبدیل دماسنجی که در یک سیستم بعنوان عنصر اندازه گیر استفاده می‌گردد معلوم نیست با اعمال یک ورودی به آن با اندازه گیری ولت‌ها به آن جدول‌های زیر Record شده است.
پارامترهای مدل این دماسنج را معلوم کنید.



کشی
دیده

$$G_m(s) = \frac{k_m e^{-\tau_d s}}{\tau_m s + 1}$$

$$\tau_d = 4$$

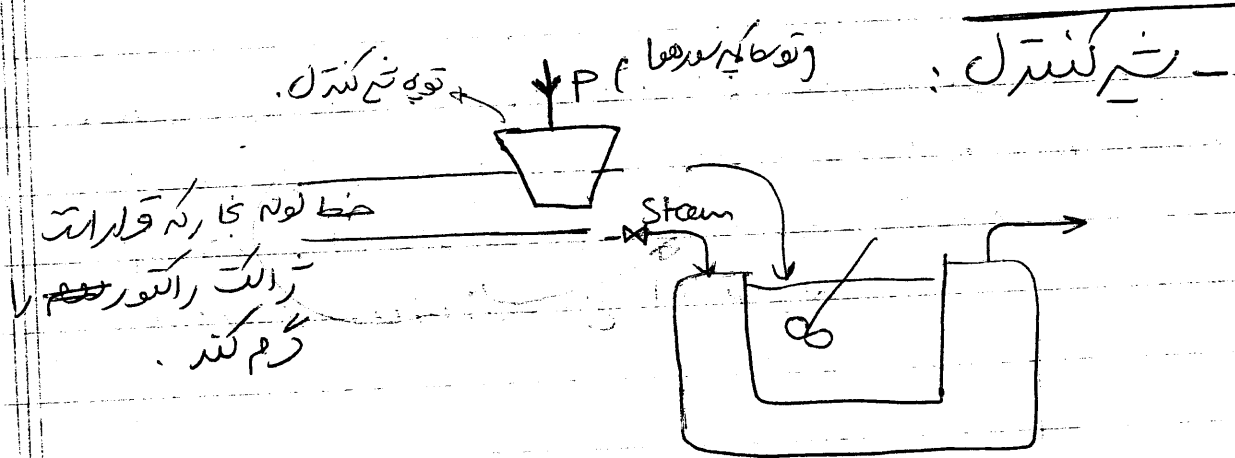
$$\text{مقدار زیاد} = A k_m$$

$$2 = 2 k_m \rightarrow k_m = 1$$

مثال: $\tau_m = 8 - 4 = 4$
نویس شود τ_d را باید کم کرد
(از زمانی که سیستم به 63% مقدار زیاد خود می‌رسد)
 $= 4$

$$G_m(s) = \frac{k_m}{\tau_m s + 1}$$

توسط ریزه داده می شود.
یا عدد کینم
یا از عایش شش سانی
انجام می دهیم.

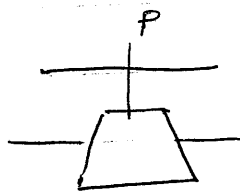


۱- لنوماتیک - بازوبنده شدن شیر توسط کنترل غت رهوان برش انجام
می شود. این غت رهوان بین 3 تا 15 ، از P تقصید
نکند.

شیر کنترل

$P = 3-15 \text{ psi}$

یعنی با افزایش P Air to close
شیر را می بندیم.



Air to open :

3 psi کاسه بسته
15 psi کاسه باز

$\begin{cases} P \uparrow \Rightarrow Q \downarrow & \text{Air to closed} \\ P \uparrow \Rightarrow Q \uparrow & \text{Air to open} \end{cases}$

۲- شیر کنترل برقی

$I = 4 \text{ mA}$ کاسه باز
 20 mA کاسه بسته

۲۲

نیز برای انتقال خط آتش سوزی دود توصیف نمی گردد.

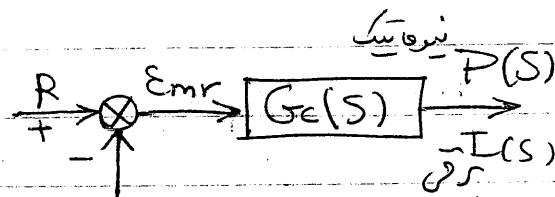
تابع انتقال شش کنترل ها:

$$\frac{Q(s)}{P(s)} = \frac{k_v}{s_v s + 1}$$

شش به یون:

$$k_v = k_v \text{ gain only.}$$

همچنین ثابت زمانی شش کمتر باشد پاسخ سریع تر است.



کنترل:

کنترل برای س من این خط به شش کنترل دستور می دهد که باز به شش شود.

$$P(t) = P_s + K_c E(t)$$

steady state متناسب با خطا

$$P - P_s = P$$

$$\frac{P(s)}{E(s)} = K_c$$

کنترل تناسبی:

کنترل که متناسب با مقدار

خطا از خود واکنش نشان می دهد

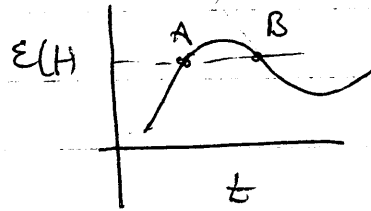
K_c می تواند + یا - باشد:

$$K_c = \frac{P_{si}}{\text{Error}} \text{ یا } \frac{mA}{\text{Error}} : K_c \text{ عامل}$$

$$= \frac{P_{si}}{s_c} \text{ کنترل ها} = \frac{P_{si}}{m} \text{ کنترل ها} = \text{کنترل ها}$$

$$G_c(s) = k_c \quad \text{تناسب P}$$

در A و B خط یک است ولی آیا باید در هر دو حالت باید یک دستور به شیر بکنند (داده شود)



چند تغییرات را باید در نظر گرفت:

$$P = P_s + k_c \left[\varepsilon(t) + \tau_D \frac{d\varepsilon(t)}{dt} \right]$$

مشتق خط

$$= \frac{P(s)}{\varepsilon(s)} = k_c [1 + \tau_D s] \quad \text{PD} \quad \text{تناسب مشتق}$$

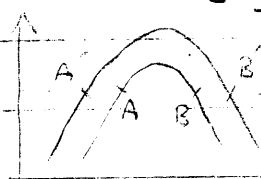
به زمان مشتق

چگونه به اطلاعات نقطه بعد از اندازیم بین مشتق مفهوم نبراز: آینده هنوز نیامده

$$P' = \frac{P(t+\Delta t) - P(t)}{\Delta t}$$

$$= \frac{P(t) - P(t-\Delta t)}{\Delta t}$$

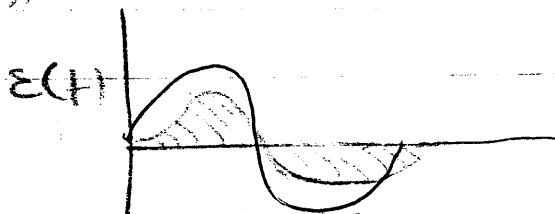
تقریب



روز خطا: نشان در هر خط زیاد و یکم در شود - مشتق

نوع خطا و روند و اندازان خطا نیز مهم است:

در A و B و A' و B' مقدار و جهت خطا
تساوی است پس اندازان خطا را
تغییر باید در نظر گرفت



انداز خطا: مدت زمان را به عبارتی بیان می کنند که خطا داریم

$$P(t) = P_s + k_c \left[\varepsilon(t) + \tau_D \frac{d\varepsilon(t)}{dt} + \frac{1}{\tau_I} \int_0^t \varepsilon(t) dt \right]$$

به روند
تغییرات خطا
به مقدار مطلق خطا

انداز خطا (مجموع پیرت ها)

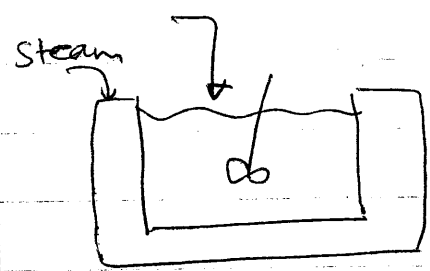
Pert

۲۳

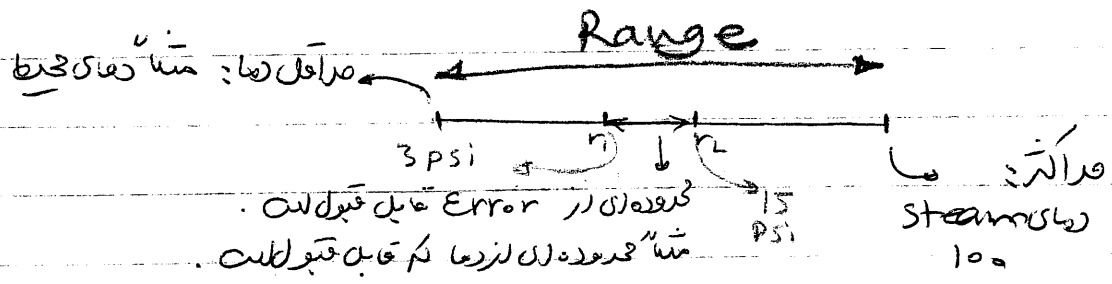
کنترل کننده

$$\frac{P(s)}{E(s)} = K_c \left[1 + \tau_D s + \frac{1}{\tau_I s} \right] : \text{PID}$$

$$\frac{P(s)}{E(s)} = K_c \left[1 + \frac{1}{\tau_I s} \right] : \text{کنترل کننده PI}$$



; Proportional Band
بند تناسبی



بند تناسبی: بعد محدود خط تقسیم بر رنج. هیچ کویچه باشد کنترول مشکل تر است.

$$PB\% = \frac{\text{Error}}{\text{Range}} \times 100$$

$$K_c = 4 \frac{\text{mA}}{^\circ\text{C}}$$

$$K_c = \frac{P}{E} = \frac{15-3}{\text{Error}} = \frac{12}{\text{Error}} \rightarrow \text{Error} = \frac{12}{K_c}$$

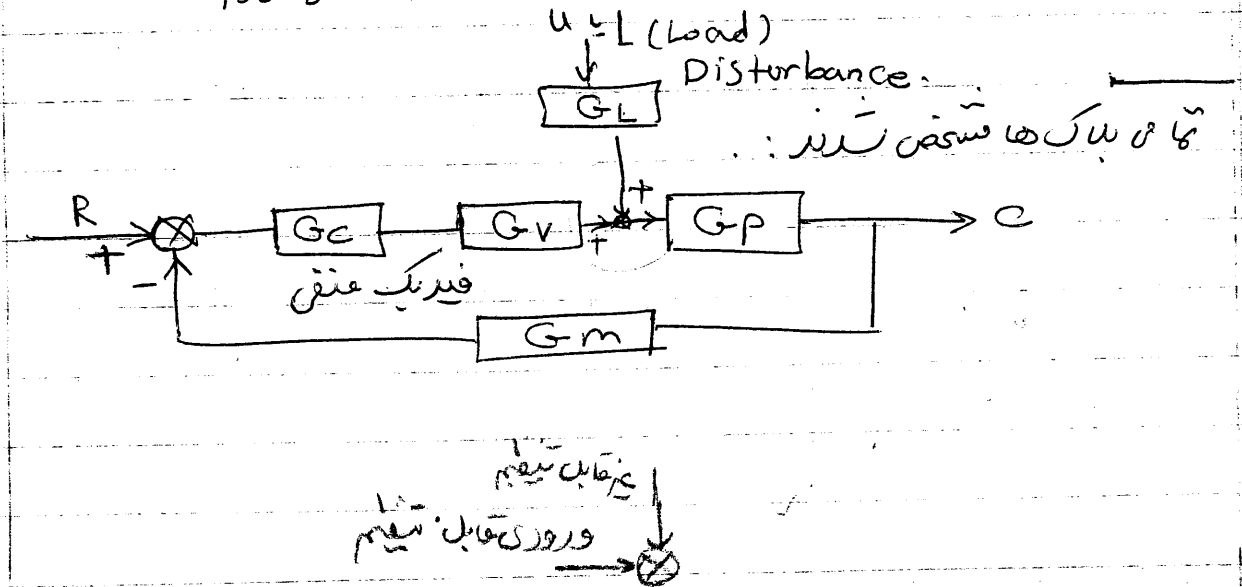
$$= \frac{15-3}{72-68} = \frac{12}{4} = 3 \text{ PSI}/^\circ\text{C}$$

$$PB\% = \frac{12/K_c}{\text{Range}} \times 100 = \frac{1}{K_c} \times \text{قرب}$$

یعنی PB% با Kc نسبت عکس دارد

$$PB\% = 0 \rightarrow K_c = \infty \rightarrow \text{کنترل on-off}$$

در این مثال : $PB\% = \frac{72-68}{100-30} = \frac{4}{70} \times 100 = \frac{400}{70} = 5.71\%$



منشاء عدم خطا : Disturbance

عواملی که موجب تغییر فرجه می شوند :

1- Servo Mechanism :

در این مثال (مثله Servo) . Set Point را تغییر می دهیم.

یعنی تغییرات C بر اساس تغییرات R اند $\frac{C}{R} = ?$

مثله سرو : تغییر R داریم ، تغییر U نداریم.

2- Regulator Mechanism :

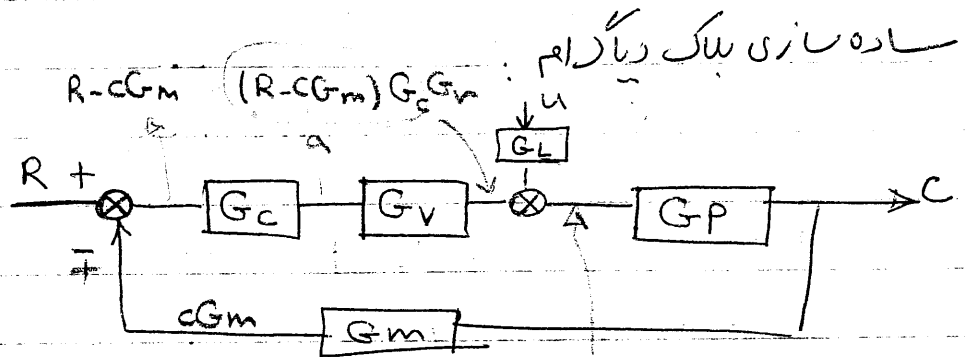
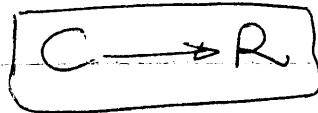
اختلالات باعث تغییر فرجه می گردد $\frac{C}{U} = ?$

تغییر U داریم ، تغییر R نداریم

۲۴

هدف: یکی بودن C و R، و A تغییر ندهد.

فرقی C باید حلقه مقدار مورد نیاز Set Point و R را دنبال کند.



$$\frac{C}{U} = ? \quad \frac{C}{R} = ?$$

$$\{ (R - CG_m) G_c G_v + U G_L \} G_p = C$$

$$(R - CG_m) G_c G_v G_p = C$$

$$(1 - \frac{C}{R} G_m) G_c G_v G_p = \frac{C}{R}$$

$$\frac{C}{R} = \frac{G_c G_v G_p}{1 + G_c G_v G_m G_p}$$

حالت تعادل توان گرفت

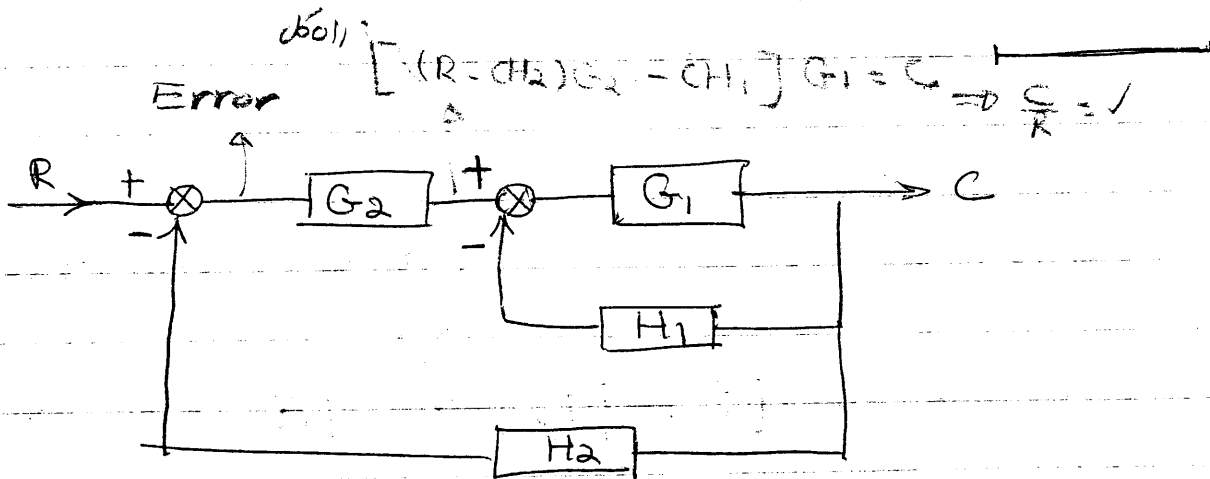
$$\text{Feedback} = \frac{\text{حاصل ضرب توابع در مسیر پیشرو}}{1 + \text{حاصل ضرب توابع در حلقه}}$$

منش Feedback

regulator:

$$\frac{C}{u} = \frac{G_L G_P}{1 + G_C G_V G_m G_P}$$

حاصل ضرب توابع در میانه
بیشتر (از ۱) می باشد



$\frac{E}{R} = ?$: Error Ratio.

$$\varepsilon \frac{G_1 G_2}{1 - G_1 H_1 + G_1 G_2 H_2} \quad (2) \quad \checkmark \frac{1 - G_1 H_1}{1 - G_1 H_1 + G_1 G_2 H_2} \quad (1)$$

$$\varepsilon \frac{G_1 G_2 H_2}{1 + G_1 H_1 - G_1 G_2 H_2} \quad (3) \quad \varepsilon \frac{G_1 G_2 H_1}{1 - G_1 H_1 + G_1 G_2 H_2} \quad (3)$$

$$E = R - CH_2$$

$$\rightarrow \frac{E}{R} = 1 - \frac{C}{R} H_2$$

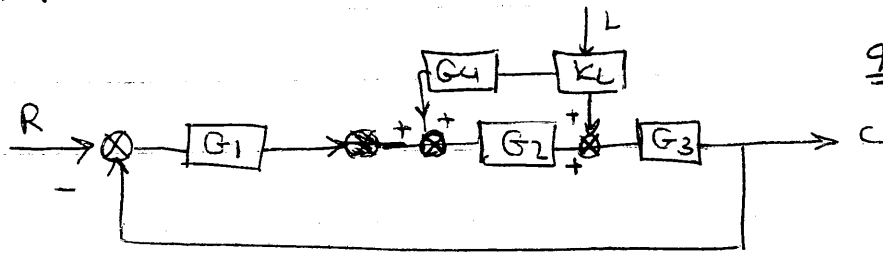
* در این مثال فقط از روش کوتاه استفاده کنید اگر جواب نزدیک را بخواهید

این فقط زنی است
انت

$$H_2 = 0 \Rightarrow \frac{E}{R} = 1$$

۲۴'

مسئله بک بیاگرام
سال ۷۹ - تست ۹۱

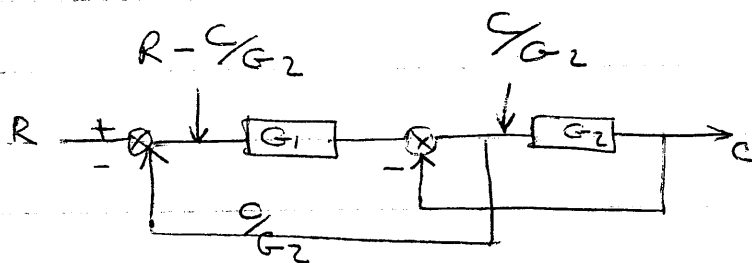


$$1) \frac{C}{L} = \frac{G_2 G_3 G_4 + K_L G_3}{1 + G_1 G_2 G_3}$$

$$2) \frac{1 + G_1 G_2 G_3}{1 + K_L G_3 G_4}$$

$$3) = \frac{K_L G_2 G_3}{1 + G_1 G_2 G_3 G_4}$$

$$4) \frac{G_2 G_3 G_4}{1 + G_1 G_2 G_3 + K_L G_4}$$



سال ۸۳ - تست ۹۲

$$1) \frac{G_1 + G_2}{1 + G_1 + G_2}$$

$$2) \frac{G_1 G_2}{1 + G_1 + G_2}$$

$$3) \frac{G_1 + G_2}{1 + G_1 G_2}$$

$$4) \frac{G_1 G_2}{1 + G_1 G_2}$$

راه اول : $G_1 = 0 \rightarrow \frac{C}{R} = \dots$
راه دوم : $\dots$

$$\left\{ \left[\frac{R}{R} - \frac{C}{G_2} \right] G_1 - \frac{C}{R} \right\} G_2 = \frac{C}{R}$$

$$\rightarrow \frac{C}{R} = \frac{G_1 G_2}{1 + G_2 + G_1}$$

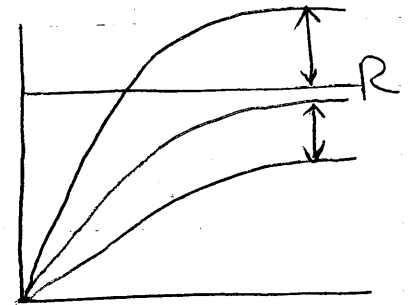
۲۵

اهم: مقولردان ت فرهای فراهم.

offset: افت کردن.

خطای حالت ماندگاری، steady state Error

$$R - C \Big|_{t=\infty} = \text{خطای حالت ماندگاری}$$



$$\begin{aligned} \text{offset} &= R(\infty) - C(\infty) \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} SR(s) - SC(s) \end{aligned}$$

$$\text{offset} = SR(s) \left[1 - \frac{C}{R} \right]$$

وقتی که R تغییر کند و C تغییر نکند: $s \rightarrow 0$

$$\begin{cases} U \neq 0 \\ R = 0 \end{cases}$$

$$\text{offset} = R(\infty) - C(\infty)$$

ملاحظه: R تغییر کند و C تغییر نکند، offset عوض می شود.

$$= 0 - C(\infty)$$

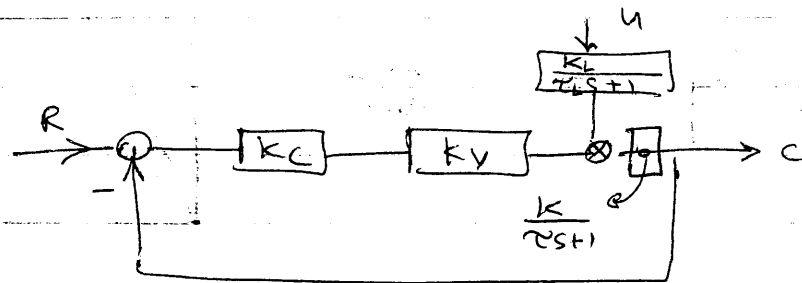
$$= -SC(s)$$

$s \rightarrow 0$

$$\text{offset} = -Su(s) \frac{C}{U}$$

$$\text{offset} = R(\infty) - C(\infty) \quad \text{مثال:}$$

$$\begin{aligned} R \neq 0, u = 0 & \quad \text{offset} = S \left\{ R(s) \left[1 - \frac{C}{R} \right] \right. \\ R = 0, u \neq 0 & \quad \text{offset} = -S U(s) \frac{C}{u} \end{aligned}$$



مثال:

$$\text{offset} = S R(s) \left[1 - \frac{C}{R} \right] \quad \text{اگر تغییر در مقدار ورودی باشد}$$

$$S \rightarrow 0$$

$$= S \times \frac{1}{S} \left[1 - \frac{K_c K_v K}{1 + K_c K_v K} \right] \quad \text{* نکته: در بک ها } S=0 \text{ را قرار دهیم}$$

$$S \rightarrow 0$$

$$= \frac{1}{1 + K_c K_v K}$$

$$K_c \uparrow \Rightarrow \text{offset} \downarrow$$

افزایش K_c منجر به کاهش offset شده به شرطی که سیستم ناپایدار نباشد.

$$\text{offset} = -S U(s) \frac{C}{u}$$

(ب)

$$= S \times \frac{1}{S} \times \frac{K_L K}{1 + K_c K_v K}$$

باز هم $K_c \uparrow$ موجب offset کمتر گردد به شرطی که سیستم ناپایدار نگردد.

۲۶

توضیح آر جی تی، تناسب مشتق ولتاژ هم باز هم پاسخ تفاوتی ندارد.

$$k_c \xrightarrow{s \rightarrow 0} k_c(1 + \tau_{DS})$$

* یعنی عامل مشتق اثری بر offset ندارد.
* افزایش عامل تناسب موجب کاهش offset می‌شود.

$$\text{offset} = -s \times \frac{1}{s} \left[\frac{k_L k_F}{1 + k_c k_v k} \right]$$

آر کنتل تناسب استرال باشد:

$$k_c \left(1 + \frac{1}{\tau_{IS}} \right) \rightarrow \frac{k_c(1 + \tau_{IS})}{\tau_{IS}} \rightarrow \frac{k_c}{\tau_{IS}}$$

که می‌توانیم راضی‌مانی توان می‌نویسیم

$$\text{offset} = s \times \frac{1}{s} \left[1 - \frac{\frac{k_c}{\tau_{IS}} \cdot k_v k}{1 + \frac{k_c}{\tau_{IS}} k_v k} \right]$$

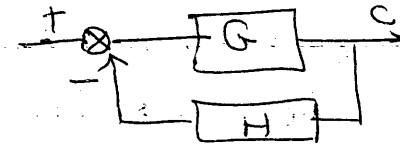
$$= 1 \left[1 - \frac{k_c k_v k}{\tau_{IS} s + k_c k_v k} \right] \xrightarrow{s \rightarrow 0} 1 - 1 = 0$$

عامل استرال موجب کاهش offset می‌شود.

$$\text{offset} = -s \times \frac{1}{s} \frac{k_L k}{1 + \frac{k_c}{\tau_{IS}} k_v k}$$

$$= - \frac{k_L k \tau_{IS}}{\tau_{IS} s + k_c k_v k}$$

وجود عامل استرال موجب حذف offset در صورتی می‌شود

$$\frac{C}{R} = \frac{G}{1+GH}$$


GH: تابع ترنفرمدار باز.

$$GH = \frac{K(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1) \dots (\tau_n s + 1)}{s^N (\tau_a s + 1) \dots (\tau_2 s + 1)}$$

$H(s) = 1$ unit feedback

$$\lim_{s \rightarrow 0} R(s) = \frac{1}{s}$$

مزیان = 1

$$\text{خطی} = \frac{1}{s^2}$$

$$\text{offset} = \lim_{s \rightarrow 0} s R(s) \left[1 - \frac{C}{R} \right] = \lim_{s \rightarrow 0} s R(s) \left[1 - \frac{K s^N}{1 + \frac{K}{s^N}} \right]$$

$$\text{offset} = \lim_{s \rightarrow 0} s R(s) \left[\frac{s^N}{s^N + K} \right]$$

	$N=0$	$N=1$	$N>1$
مزیان	$\frac{1}{1+K}$	$s \times \frac{1}{s} \times \frac{s}{s+K} = 0$	$s \times \frac{1}{s} \times \frac{s^2}{s^2+K} = 0$
خطی	∞	$\frac{1}{K}$	0

۲۷

$$N=0 \rightarrow \text{فرکانس} \rightarrow S \times 1 \times \left[1 - \frac{1}{1+k} \right] = S \times \frac{k}{1+k} = 0$$

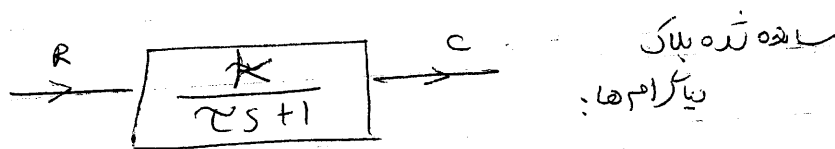
$$N=1 \rightarrow \text{فرکانس} \rightarrow S \times 1 \times \left[\frac{S}{S+k} \right] = 0$$

$$N=0 \rightarrow \text{فعلی} \rightarrow S \times \frac{1}{S^2} \left[\frac{1}{1+k} \right]$$

$$N=1 \rightarrow \text{فعلی} \rightarrow S \times \frac{1}{S^2} \times \frac{S}{S+k} = \frac{1}{k}$$

$$N>1 \rightarrow \text{فعلی} \rightarrow S \times \frac{1}{S^2} \times \frac{S^2}{S^2+k} = 0$$

مثال:



سیگنال ده بیان
نیازها:

$$R(t) = t$$

تغییر خطی در مقدار مقدر

$$\text{offset} = SR(s) - SC(s)$$

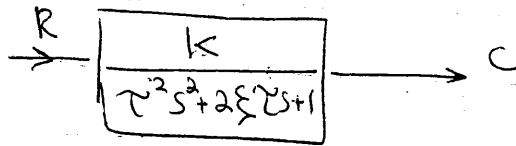
$$t \rightarrow 0$$

$$= SR(s) \left[1 - \frac{C}{R} \right]$$

$$\text{offset} = S \times \frac{1}{S^2} \left[1 - \frac{k}{s^2 + 1} \right]$$

$$= \frac{1}{S} \times \frac{s^2 + 1 - k}{s^2 + 1}$$

$k=1 \rightarrow$	$\text{offset} = \tau$	
$k \neq 1 \rightarrow$	$\text{offset} = \begin{cases} +\infty & k < 1 \\ -\infty & k > 1 \end{cases}$	



مثال:

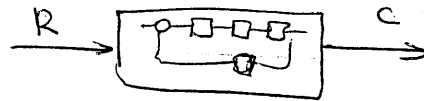
$$\text{offset} = S \times \frac{1}{s^2} \left[1 - \frac{C}{R} \right] =$$

$$= S \times \frac{1}{s^2} \left[1 - \frac{K}{\tau^2 s^2 + 2\xi \tau s + 1} \right]$$

$$= \frac{1}{S} \frac{\tau^2 s^2 + 2\xi \tau s + 1 - K}{\tau^2 s^2 + 2\xi \tau s + 1}$$

$$K=1 \rightarrow \text{offset} = 2\xi \tau$$

$$K \neq 1 \rightarrow \text{offset} = \pm \infty$$



اگر هم بار و هم R تغییر کنند:

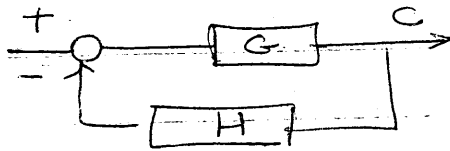
$$C = \frac{C}{R} \times R + \frac{C}{u} \times u$$

$$\text{offset} = R(\infty) - C(\infty)$$

$$= S R(S) - S \left[\frac{C}{R} \times R + \frac{C}{u} \times u \right]$$

$$S \rightarrow 0$$

۲۸



$$\frac{C}{U} = \frac{G}{1+GH}$$

به انتگرال کننده R داریم:

$$\frac{C}{R} = \frac{G}{1+GH}$$

$$C = U \times \frac{G}{1+GH}$$

$$C = R \times \frac{G}{1+GH} = \frac{G}{s-r_1} + \dots + \frac{G}{s-r_n}$$

تجزیه کرد

r_1 و r_n ریشه های $1+GH=0$ می باشند.

در پاسخ محدود می نویسیم

$$C(t) = \underbrace{A + a_1 e^{r_1 t} + a_2 e^{r_2 t} + \dots + a_n e^{r_n t}}_{\text{مجموع تائش از ریشه های } 1+GH=0} + \underbrace{\dots}_{\text{ترمو ورودی}}$$

مفهوم پایداری: اگر ورودی محدود و بلند مدت داریم باید خروجی محدود بگیریم.

این مفهوم BIBO است

Bounded Input → Bounded output

$$C(t) = \underbrace{\dots}_{\text{ترمو ورودی}} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n e^{r_n t}$$

r_1 و r_n ریشه های $1+GH(s)=0$ هستند.
له معادله مشتق می گیریم.

زمانی که باید بررسی کنیم $\exists r_m \quad r_m > 0$
در این صورت بازمانده موردتوجه حذف شده و اثرش را باید

* قصد نویسنده در این بحث تأثیری ندارد.

هدف از بحث پایداری: آیا معادله $1 + G-H = 0$ ریشه‌ای با جزء حقیقی مثبت (در سمت راست محور موهومی دارد).

به تعداد ریشه‌های که در سمت راست محور موهومی داریم ریشه ناپایدار کننده داریم
عامل ناپایداری: داشتن ریشه‌ای با جزء حقیقی مثبت.

روش‌های بررسی پایداری:

(1) $1 + G-H(s) = 0$ معادله این روش غیر قابل انجام است.
نسبت آفریم.

$$\text{مثال: } 1 + G-H = s^3(s+1)(s+2)(s+3) + 1 = 0$$

(2) روش‌هایی که معادله را حل نمی‌کنند مشخص می‌دهند چند ریشه در سمت راست محور موهومی است.

(2) آزمون روث Roth Test

(3) مکان‌های ریشه Root Locus

(4) پاسخ فرکانس ریشه‌ها Bode

(5) دیاگرام نایکووت Nyquist Diagram

۲۹

* پروت + اعت کتال = 25٪ نوات

Routh Test

✓ آزمون روت

$1 + G H(s) = 0$ معادله مشخصه سیستم

$1 + G H(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0$

$1 + G H$ این ضریب ثابت است

۱) چند جمله ای به صورت نزول Sort شود

۲) بجای صفر آن که نداریم صفر قرار دهیم

۳) تشکیل جدول

s^n ردیف اول	a_n	a_{n-2}	a_{n-4}	...
s^{n-1} ردیف دوم	a_{n-1}	a_{n-3}	a_{n-5}	...
	b_1	b_2		
s ردیف n ام				
s^0 ردیف $n+1$ ام				

$b_1 = \frac{a_{n-1} a_{n-2} - a_n a_{n-3}}{a_{n-1}}$

$b_2 = \frac{a_{n-1} a_{n-4} - a_n a_{n-5}}{a_{n-1}}$

جدول به این شکل خواهد بود
تکمیل گردد

۴) ستون اول جدول را نگاه کنید به تعداد تغییر علامت هار چه ناپایدار کننده داریم

$$1+GH(s) = s^3 + 2s^2 + 3s + 1$$

مثال:

$$\begin{array}{r|rr} & 1 & 3 \\ & 2 & 1 \\ \hline & \frac{5}{2} & \\ & 1 & \end{array}$$

مثال:

$$\begin{array}{r|rr} & 1 & 2 \\ & -1 & \\ \hline & -1 & \\ & 3 & \end{array} \quad \begin{array}{r|rr} & 2 & \\ & -1 & \\ \hline & 3 & \\ & 4 & \end{array}$$

* نوشتار به ناپایدار کننده

$$\begin{array}{r|rr} & 1 & \\ & 2 & \\ & 3 & \\ \hline & -1 & \end{array}$$

نحوه سوال: ۱) یک کردن پایداری
Roth →
n = ؟ عدد ریشه های ناپایدار

$$1+GH = 1 + \frac{k}{s(s+1)(s+2)} \quad \text{مثال ۲}$$

چند باشد ناپایدار باشد؟

$$\rightarrow 1+GH = s(s+1)(s+2) + k = 0$$

$$s^3 + 3s^2 + 2s + k = 0$$

$$\begin{array}{r|rr} & 1 & 2 \\ & 3 & k \\ \hline & \frac{6-k}{3} & \\ & k & \end{array}$$

برای پایداری →

$$6-k > 0$$

$$k > 0$$

$$0 < k < 6$$

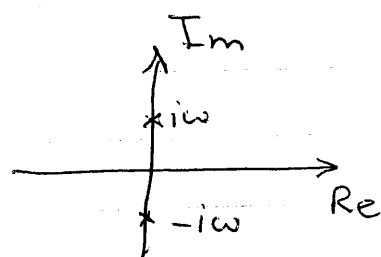
یعنی k را برای کاهش ۶ و ۰ می توان زیاد کرد

۳۰

آزمون روت و قطار ریشه های عز پایداری را می دهد.

عده ریشه های ناپایدار را می دهد و
خود ریشه های عز پایداری
بجز ریشه های عز پایداری و ناپایداری.

حالت 3) ریشه دوز ناپایداری را می بیند؟



$$(s + i\omega)(s - i\omega) = s^2 + \omega^2$$

1	s^n		
2	s^{n-1}		
	s^2	C	D
n	s		
n+1	s^0		

اگر n نام جدول روت صفر و دوز ناپایداری و ناپایداری است.

1) اگر n نام را برابر صفر و دوز روت k

$$Cs^2 + D = 0$$

$$s = \pm i \sqrt{\frac{D}{C}}$$

مثال:

1	1	2	
2	3	k	$\rightarrow 3s^2 + k = 0 \rightarrow s = \pm i \sqrt{\frac{k}{3}}$
3	6-k		$6-k = 0 \rightarrow k = 6$
4	k		

$$1 + GH = 1 + \frac{k}{(s+1)(s+2)(s+3)}$$

$$(s+1)(s+2)(s+3) + k = 0$$

$$(s+1)(s^2 + 5s + 6) + k = 0$$

$$s^3 + 6s^2 + 11s + 6 + k$$

1	1	11
2	6	6+k
3	$\frac{66-6k}{6}$	
4	6+k	

$$k = 0 \text{ نام}$$

$$= 0 \text{ یعنی نام}$$

$$\frac{66-6k}{6} = 0 \rightarrow k = 60$$

که کوزیاداری.

$$6s^2 + (6+k) = 0 \leftarrow \text{معادله } n-1 \text{ درجه دوم}$$

$$6s^2 + 66 = 0$$

$$s = \pm i\sqrt{11}$$

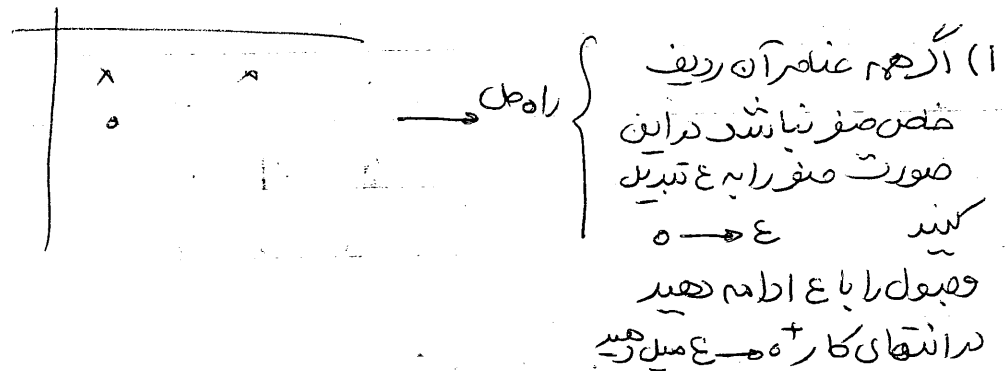
برای پیدا کردن ریشه

تکین میوه ← قطب دارن معادله $s = 0$ ← کبریت میوه معادله معادله نام را می نویسم

1 → S را بدین معادله

درش هارا.

حالات خاص :
اگرستون اول یکی از ردیف ها مشورت



(۲) اگر هم عناصر آن به خاص

مشورت در این حالت :

چند جمله ای و به واسطه ردیف بالای این طررات تکمیل دهید

$$P(S) = \frac{dP}{dS} = 0 \cdot S^m + \dots$$

چند جمله ای را بکار بندید

مربوط این چند جمله ای را بعنوان ضرایب طری که هم عناصر آن مشورت شده بود استفاده کنید و ادامه جدول

مثال :

	1	2	3
	2	4	5
تغییر علامت	0 → 4	1/2	
عدد مشورت	$\frac{4 \cdot 4 - 1}{4}$	5	
تغییر علامت			
	$\frac{(\frac{4 \cdot 4 - 1}{4}) \cdot \frac{1}{2} - 5 \cdot 4}{\frac{4 \cdot 4 - 1}{4}} = \frac{1}{2} - \frac{5 \cdot 4^2}{4 \cdot 4 - 1} > 0$		

توصیه: اگر n نام صغیر باشد می‌گوییم سیستم در عرض پذیراری و فای پذیراری است.

مثال:

مجموع صغیر از سطح اول است

۲ جمله بوده ← پس یک صغیر هم است

در ۵ بوده

s^5	1	2	3
s^4	2	4	6
s^3	8	8	0

$$P(s) = 2s^4 + 4s^2 + 6$$

$$\frac{dP}{ds} = 8s^3 + 8s$$

s^5	1	2	3
s^4	2	4	6
s^3	8	8	
s^2	2	6	
s	-16		
s^0	6		

۳۲

مکان هندسی / ریشه ها

در پایداری بدنبال این توان هستیم که فرج صلابه $(1+GH)$ دارای ریشه ای در سمت راست محور فوهمون هست یا خیر؟
 حاصل ضرب مدار باز

$$1 + GH(s) = 0$$

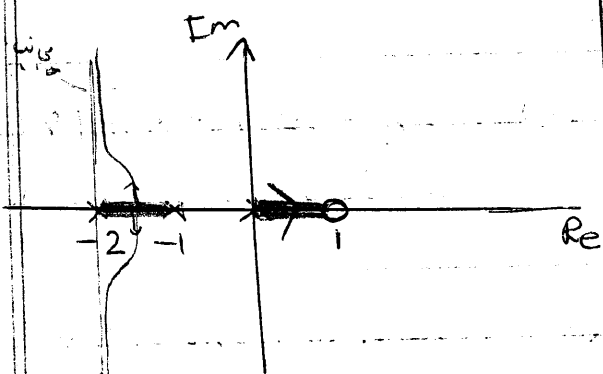
$$1 + \frac{KN(s)}{D(s)} = 0$$

در مکان هندسی هدف این است که به کمک تابع مدار باز بطور کیفی موقعیت ریشه ها $1+GH=0$ را در صفحه مختصات فوهمون نشان دهیم.

قواعد رسم مکان :

$$GH(s) = \frac{K(s-1)}{s(s+1)(s+2)}$$

$$s-1=0 \rightarrow s=1 \quad \text{صفرها مکان (۱)}$$



$$n=3, m=1 \rightarrow n-m=2 \quad \text{(۳)}$$

تعدادی نوب داریم.

$$\sigma = -2 \quad \text{(۴)}$$

$$\theta = \frac{(2k+1)\pi}{3-1} \quad \text{(۵)}$$

$\nearrow \frac{\pi}{2}$
 $\searrow \frac{3\pi}{2}$

$$1 + GH(s) = 1 + \frac{KN(s)}{D(s)} = 0$$

$$\frac{D(s) + KN(s)}{D(s)} = 0$$

(۱) ریشه های $N(s)=0$ (صورت مدار)

باز (صفرهای مکان هندسی و با

۰ گایش می دهیم و

ریشه های $D(s)=0$ (فرج مدار باز)

قطب های مکان هندسی را با x نمایش

می دهیم.

$$D+KN=0 \quad \Leftarrow k=0 \quad \text{وقتی (۲)}$$

$$D(s)=0$$

مکان هندسی از قطب آغاز می شود.

بین قطب ها شروع مکان هستند

و متناظر با $k=0$

$$N(s)=\frac{D(s)}{K}=0 \quad \Leftarrow k=\infty \quad \text{وقتی}$$

مکان هندسی به صفرها ختم می شود.

۳ اگر n عدد قطب ها و m عدد صفرها باشد.

به m تا از صفرها قسمتی شوند $\rightarrow m$ تا از قطب ها

به مولزات مجانب به ∞ می رود $\rightarrow n-m$ باقی مانده

۴ محل هم راس مجانب ها :

$$\gamma = \frac{\sum P_i - \sum Z_i}{n-m}$$

$$\gamma = \frac{[0 - 1 - 2] - [1]}{3-1} = -2$$

۵ زاویه مجانب ها با محور حقیقی :

$$\theta = \frac{(2k+1)\pi}{n-m}$$

$$k = 0, 1, \dots, n-m-1$$

۶ آن قسمتی از محور حقیقی فرو مکان است که مجموع عدد صفرها و قطب های سمت راست آن فرد باشد.

۷ اگر فاصله بین دو قطب مجاور فرو مکان باشد نقطه BFP (Break away point) یا نقطه جدائی داریم.

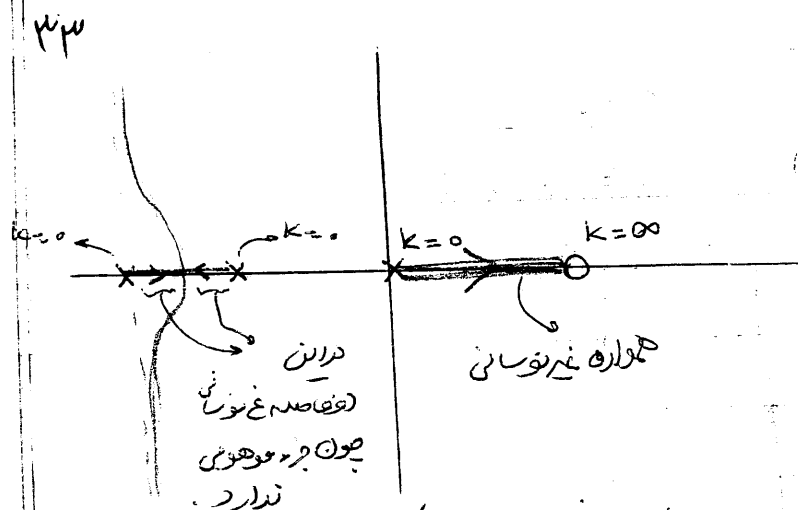
$$\text{نقطه جدائی} = \sum \frac{1}{s - Z_i} = \sum \frac{1}{s - P_i}$$

$$\frac{1}{s-1} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s+1} + \frac{1}{s+2}$$

برای مثال :

$$\boxed{-2 < s < -1}$$

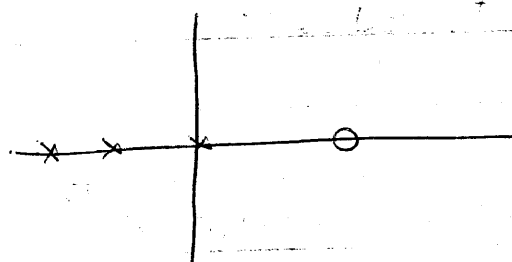
و یا



* این سیستم همواره (بازای همه مقادیر k) یک ریشه ناماییدار کننده است.

* در مقادیر کم k غیر نوسانی است.

* در k زیاد نوسانی



رابطه آوری: $1 + G H = 0$

$$1 + \frac{k(s-1)}{s(s+1)(s+2)} = 0$$

$$s(s+1)(s+2) + k(s-1) = 0$$

$$s^3 + 3s^2 + 2s + ks - k = 0$$

$$s^3 + 3s^2 + (2+k)s - k = 0$$

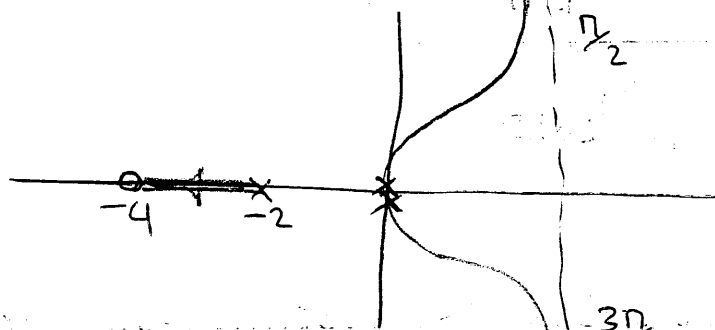
حل از آنهون روش:

1	$2+k$
3	$-k$
	$\frac{6+4k}{3}$
	$-k$

یک ریشه ناماییدار کننده
از مکن هندسه
همین بدست می آید.

$$GH(s) = \frac{k(s+4)}{s^2(s+2)} \rightarrow z_i = 4$$

$$\rightarrow p_i = 0, 0, -2$$



عدد مجانب ها: $3 - 1 = 2$ = عدد مجانب ها

$$\text{محل هرس} = \frac{[0 + 0 - 2] - [-0]}{3 - 1}$$

$$= -1$$

$$\theta = \frac{(2k+1)\pi}{n-m} = \frac{(2k+1)\pi}{2}$$

$\nearrow \frac{\pi}{2}$
 $\searrow \frac{3\pi}{2}$

توجه: $1 + GH = s^2(s+2) + k(s+4) = 0$
 سه ریشه دارد که به شکل 3 تا شاخه در شکل
 نشان داده شده.

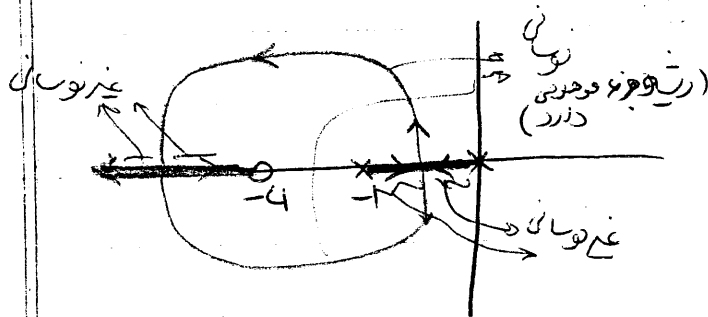
همواره دورش است برایت محور حقیقی است یعنی سیستم ناپایدار است.
 همواره در ... ناپایدار کننده دارد.

از آزمون رouth:

	1	k
	2	4k
	$-k$	
	$4k$	

KK

$$G \cdot H(s) = \frac{k(s+4)}{s(s+1)}$$



عدد مجانب ها: $1 = 2 - 1$

$$\theta = \frac{(2k+1)\pi}{n-m} = \pi$$

پایداری سیستم: همواره پایدار است

$$1 + G \cdot H = 0 \rightarrow 1 + \frac{k(s+4)}{s(s+1)} = 0$$

$$s^2 + (2+k)s + 4k = 0$$

	1	4k
	2+k	
	4k	

نوسانی و غیرنوسانی بودن سیستم:

در مقادیر کم و ضعیف زیاده (k غیرنوسان است) و در مقادیر متوسط کافوسانی است

مثال:

$$P_i = 0, -1, -2$$

صفر، مندرج

$$\frac{k}{s(s+1)(s+2)}$$

$$n=3$$

$$m=0$$

3 = عدد مجانب ها

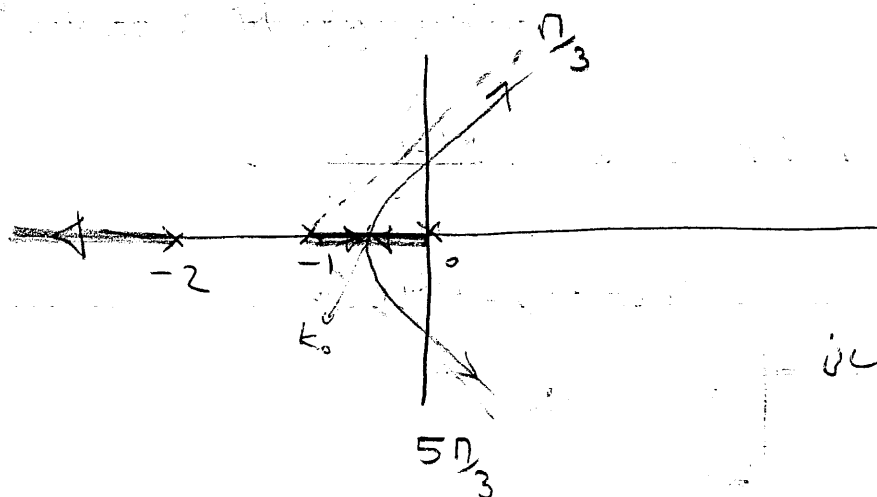
$$\theta = \frac{(2k+1)\pi}{n-m}$$

$$\pi/3$$

$$\pi$$

$$5\pi/3$$

$$\gamma = \frac{\sum p_i - \sum z_i}{n-m} = \frac{[0-1-2]-[0]}{3} = -1$$



$k < k_0$: میخ توان
 $k < k_0$: توان

آنالیز ریسه ها:

پایداری: در پاره های پایین پایدار و در پاره های بالا ناپایدار است.

$$1 + \frac{k}{s(s+1)(s+2)} = 0$$

پایدار است:

$$s(s+1)(s+2) + k = 0$$

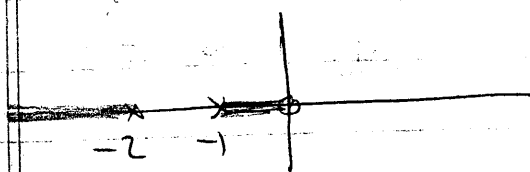
بجای معیشت در کشته
 معی را با k جمع کنید و بصورت معی کنید.

۴۵

1	2
3	k
$\frac{6-k}{3}$	
k	

$$0 < k < 6 \text{ پایدار}$$

$$k > 6 \text{ ناپایدار}$$



تست
۱۰۲ و ۸۳

$$1) -\sqrt{2}$$

$$3) -3$$

$$2) -3/2$$

نقطه صبر
۴) -

تست ۱۰۵ و ۸۳

$$G(s) = \frac{k(s+1)}{s^2}$$

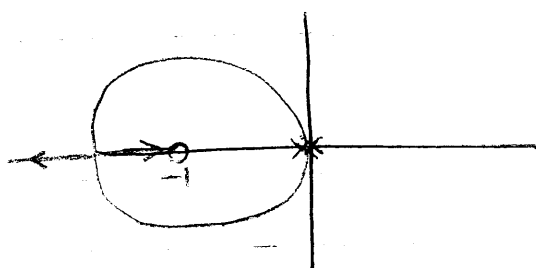
$$3) -2.5$$

$$1) -3$$

نقطه صبر

$$4) -1$$

$$2) -2$$



$$\frac{1}{s+1} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s}$$

$$\frac{1}{s+1} = \frac{2}{s} \Rightarrow s = -2s+2$$

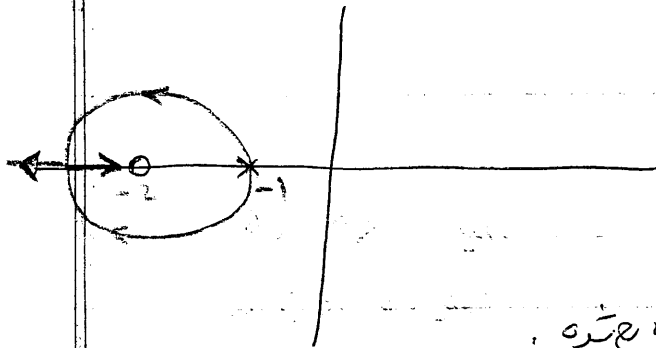
$$\boxed{s = -2}$$

توضیح: هم صبر هم به هم رسیدن از فرمول:

$$\frac{1}{s+1} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s}$$

$$\sum \frac{1}{s-p_i} = \sum \frac{1}{s-z_i}$$

سؤال 82، تست 101:



$$G(s) = \frac{k(s+2)}{(s+1)^2}$$

به چگونگی نوشتن ضرایب -1 طایفه شده

در این سوالات نقطه جد را مکان را رسم کنید:

تست 153، سؤال 82

$$G(s) = \frac{k}{s(s+2)(s+3)}$$

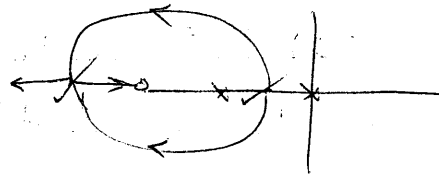
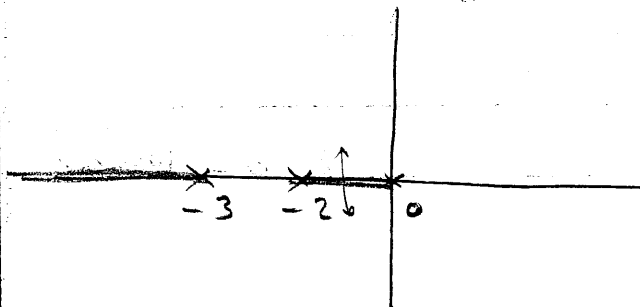
✓ 1) -0.78

3) 0.78 و -3.54

2) -2.54

4) -0.78 و -2.54

و توجه: نقطه جد را هم در نظر بگیرید.
(تبدیل به فرم استاندارد)



۳۴

مفهوم قریبی ندارد.

* اگر $Feed\ back$ مثبت داشته باشیم قواعد سریع مکان :

دو قسم داریم :

$$1) \theta = \frac{2k\pi}{n-m}$$

2) آن قسمی از محور حقیقی جزء مکان است که عدد صفها و قطب های سمت راست آن زوج باشد.

* اگر تابع انتقال در صورت $e^{-\tau_d s}$ (ترم تأخیر زمانی) داشته باشد :
نوع : آریتمی ترم تأخیر زمانی داشته باشد پایداری آن با آزمون رouth قابل بررسی نیست .

$$G(s) = \dots e^{-\tau_d s}$$

تقریب Pad :

$$\frac{e^{-\tau_d s}}{e^{-\tau_d s}} = \frac{e^{-\tau_d/2 s}}{e^{+\tau_d/2 s}}$$

از سطر بیست و هفتم :

$$= \frac{1 - \tau_d/2 s}{1 + \tau_d/2 s} = \frac{s - \frac{2}{\tau_d}}{s + \frac{2}{\tau_d}}$$

یعنی ترم تأخیر زمانی وقتی از تقریب Pad استفاده شود باعث افزودن یک صف در سمت راست و یک قطب در سطح می گردد و همچنین علامت خنثی را تغییر می دهد .

چون ترم تأخیر زمانی قطب در سمت راست ایجاد می کند و از آنجا که مکان به منفرجه می شود پس پایداری سیستم را تحت تأثیر قرار می دهد
یعنی یا کلاً سیستم را ناپایدار می کند یا حد K پایداری را کاهش می دهد (محدوده K پایداری را کوچک می کند).

* اثر کنترلرها بر مکان هندسی :

$$K_c \rightarrow K_c (1 + \tau_D S)$$

عامل مشتق به اثری بر مکان دارد :

$$GH = \frac{K(\tau_D S + 1) \dots}{\dots}$$

عامل مشتق یک منفرجه در سمت چپ محور موهومی ایجاد می کند

$$Z_i = - \frac{1}{\tau_D}$$

عامل مشتق باعث :

- ۱) ایجاد یک منفرجه در سمت چپ محور موهومی می گردد.
- ۲) موجب بهبود پایداری سیستم می شود یعنی پایداری را پدیدار می کند یا K پایداری را افزایش می دهد.
- ۳) مقدار محاسبه ها را یک کم می کند
- ۴) نوسانات سیستم را کاهش می دهد. چون



۵) سرعت پاسخ را زیاد می کند (افتاد زمان منجمد و سرعت کم شود سرعت پاسخ زیاد شود)

۶) محل هم راسی محاسبه ها را به سمت راست محور موهومی می کشد. تکثیر است به قدر باشد

$$\lambda = \frac{\sum P_i - \sum Z_i}{n - m}$$

$$\lambda^* = \frac{\sum P_i - [\sum Z_i - 1]}{n - (m + 1)}$$

صورت بزرگ تر شود
مخرج کوچک تر شود

τ_D اثر ضعیف کوچک باشد هم راسی به سمت راست انتقال یافته و ناپایداری می گردد

۴۷

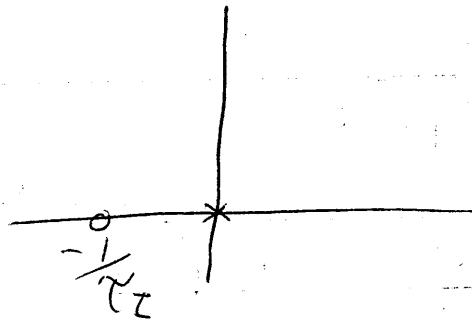
به داور: عامل متعبر offset تاثیر نداشت.

* اثر عامل ابتدائی:

$$k_c \left(1 + \frac{1}{\tau_{ES}}\right)$$

$$= k_c \frac{\tau_{TS} + 1}{\tau_{TS}}$$

$$\rightarrow G H(s) = \frac{k(\tau_{ES} + 1)}{\tau_{ES}}$$



عامل ابتدائی یک قطب در $s=0$ و یک صفر در $s=-1/\tau_I$ به مکان اضافه می کند

که توان لقب به پایداری میدهیم، محل اثر هر سی جانب هارا به سمت محور عووهی شیفته می دهد.

$$\gamma = \frac{\sum P_i - \sum Z_i}{n - m}$$

$$\gamma^* \text{ با کنترل PI} = \frac{(\sum P_i + 0) - (\sum Z_i - \frac{1}{\tau_I})}{(n+1) - (m+1)}$$

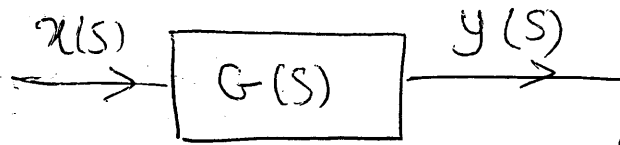
$$= \frac{\sum P_i - \sum Z_i}{n - m} + \frac{1}{\tau_I (n - m)}$$

$$\gamma^* = \gamma + \frac{1}{\tau_I (n - m)}$$

میزان هم رشتگی جایی
هر سی جانب به محور عووهی

میزان جایی هر سی جانب به سمت راست محور عووهی

پاسخ فرکانسی



$$x(t) = A \sin \omega t$$

$$y(t) = ?$$

* از آنجمله تماس ورودی های دینامیک

نمودار سینوس نوشتن می توانیم نمودار

سیفوس پایدار است به بقیه ورودی ها هم

پایدار است.

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = G(s)$$

$$X(s) = \frac{A\omega}{s^2 + \omega^2}$$

$$Y(s) = \frac{A\omega}{s^2 + \omega^2} G(s) \rightarrow \frac{kN(s)}{D(s)}$$

$$= \frac{1}{s + i\omega} + \frac{1}{s - i\omega} + \frac{1}{s - r_1} + \dots + \frac{1}{s - r_n}$$

$$e^{rit} + \dots + e^{nt}$$

تابع سیفوس پایدار است

چون جزء حقیقی ندارد

اگر سیفوس پایدار باشد تمام سایر ریشه ها در طول زمان حذف می شوند

۴۸

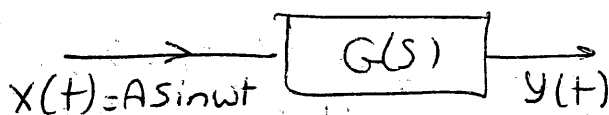
$$y(s) = \frac{a+bi}{s+i\omega} + \frac{a-bi}{s-i\omega}$$

با این طرفین، $s=i\omega$ را در $s+i\omega$ ضرب می‌کنیم

$$x(s-i\omega) \xrightarrow{\frac{A\omega}{s+i\omega}} G(s) = \frac{(a+bi)(s-i\omega)}{s+i\omega} + a-bi$$

$$s=i\omega \rightarrow \frac{A\omega}{i\omega} G(i\omega) = 0 + a-bi$$

خطای باقی‌مانده



$$y(t) = AR \cdot \sin(\omega t + \Phi)$$

نسبت درجه‌ها

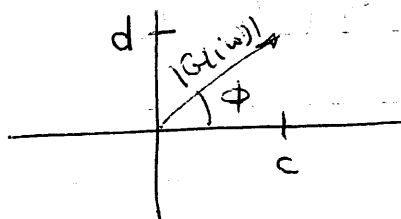
فاز

$$s=i\omega \quad (1)$$

$$c + di = G(i\omega) \quad (2) \quad \text{در نسبت } G(i\omega) \text{ را به صورت بردار می‌آوریم}$$

$$AR = |G(i\omega)| = \sqrt{c^2 + d^2} \quad (3)$$

$$\Phi = \angle G(i\omega) = \tan^{-1} \frac{d}{c} \quad (4)$$



$$G(s) = \frac{k}{\tau s + 1}$$

مثال

$$G(i\omega) = \frac{k}{\tau i\omega + 1} \times \frac{1 - \tau i\omega}{1 - \tau i\omega}$$

$$= \frac{1}{1 + \tau^2 \omega^2} - \frac{\omega \tau}{1 + \tau^2 \omega^2} i$$

$$AR = \sqrt{\left[\frac{1}{1 + \tau^2 \omega^2} \right]^2 + \left[\frac{\omega \tau}{1 + \tau^2 \omega^2} \right]^2}$$

$$AR = \frac{1}{\sqrt{1+\tau^2\omega^2}}$$

$$\Phi = \tan^{-1}[-\omega\tau]$$

مثال: (سوال ۲)

$$\frac{K}{\tau^2 s^2 + 2\xi\tau s + 1}$$

$$s = i\omega$$

$$= \frac{1}{-\tau^2\omega^2 + 2\xi\tau\omega i + 1} \times \frac{(1-\tau^2\omega^2) - 2\xi\tau\omega i}{(1-\tau^2\omega^2) - 2\xi\tau\omega i}$$

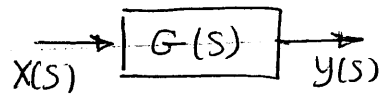
$$= \frac{1 - \tau^2\omega^2}{(1 - \tau^2\omega^2)^2 + (2\xi\omega\tau)^2} - \frac{2\xi\omega\tau}{(1 - \tau^2\omega^2)^2 + (2\xi\omega\tau)^2} i$$

$$z = a + bi$$

$$AR = \sqrt{a^2 + b^2} = \frac{1}{\sqrt{(1 - \tau^2\omega^2)^2 + (2\xi\omega\tau)^2}}$$

$$\Phi = \tan^{-1} \left[\frac{-2\xi\omega\tau}{1 - \tau^2\omega^2} \right]$$

14



$$x(t) = A \sin(\omega t)$$

$$y(t) = ?$$

$$s = i\omega \quad (1)$$

$$\phi = \angle G(i\omega) = \tan^{-1} \frac{b}{a} \quad (4) \quad AR = |G(i\omega)| = \sqrt{a^2 + b^2} \quad (3) \quad G(i\omega) = a + bi \quad (2)$$

$$y(t) = AR \cdot A \sin(\omega t + \phi) \quad (5)$$

$$G(s) = e^{-\tau_d s}$$

: $\frac{d}{dt}$

$$1) s = i\omega$$

$$2) G(i\omega) = e^{-i\omega \tau_d} = \cos \omega \tau_d - i \sin \omega \tau_d$$

$$3) AR = \sqrt{\cos^2 \omega \tau_d + \sin^2 \omega \tau_d} = 1$$

$$4) \phi = \tan^{-1} \left[\frac{-\sin \omega \tau_d}{\cos \omega \tau_d} \right] = -\tan^{-1} [\tan \omega \tau_d]$$

$$\phi = -\omega \tau_d$$

$$5) y(t) = 1 \times A \sin(\omega t - \omega \tau_d)$$

$$G(s) = \frac{\sqrt{2} e^{-\frac{\pi}{4}s}}{s(s+1)}$$

: $\frac{d}{dt}$ $\sqrt{\cdot}$ $\frac{d}{dt}$

$$x(t) = 2 \sin t$$

$$y(t) = ?$$

1) $S = i\omega$

2) $\cos(i\omega) = \frac{\sqrt{2} e^{-\frac{\pi}{4}\omega}}{(i\omega)(i\omega+1)}$

به سادگی قبل انجام مید

I) $|Z_1 \cdot Z_2| = |Z_1| |Z_2|$

قضیه : (رای اعتبار)

II) $\left| \frac{Z_1}{Z_2} \right| = \frac{|Z_1|}{|Z_2|}$

III) $\angle Z_1 Z_2 = \angle Z_1 + \angle Z_2$

IV) $\angle \frac{Z_1}{Z_2} = \angle Z_1 - \angle Z_2$

3) $AR = |G(i\omega)| =$

اندازه مثال :

$$= \frac{\sqrt{2} * 1}{\omega * \sqrt{\omega^2 + 1}} = \frac{\sqrt{2}}{1 * \sqrt{2}} = 1$$

4) $\angle G(i\omega) = \left\{ 0 + \left(-\frac{\pi}{4}\omega\right) \right\} - \left\{ \frac{\pi}{2} + \tan^{-1}\omega \right\}$
 زاویه صورت زاویه مخرج

$$= -\frac{\pi}{4}\omega - \frac{\pi}{2} - \tan^{-1}\omega = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2} - \tan^{-1}1$$

$$= -\pi$$

$y(t) = 1 \times 2 \sin(t - \pi) = -\sin t$

۴۰

$$G(s) = \frac{1}{\tau s + 1}$$

مثال:

$$G(i\omega) = \frac{1}{\tau(i\omega) + 1}$$

$$AR = \frac{1}{\sqrt{\tau^2 \omega^2 + 1}}$$

$$\phi = 0 - \tan^{-1}(\omega\tau)$$

مثال:

$$\frac{1}{\tau^2 s^2 + 2\xi\tau s + 1}$$

ω^2 $i\omega$

$$AR = \frac{1}{\sqrt{(1 - \omega^2\tau^2)^2 + (2\xi\omega\tau)^2}}$$

$$\phi = 0 - \tan^{-1} \left[\frac{2\xi\omega\tau}{1 - \omega^2\tau^2} \right]$$

مثال:

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + s + 1}$$

-16 $4i$

$$x(t) = 5 \sin(4t)$$

$$A = 5$$

$$AR = \frac{1}{\sqrt{(1-16)^2 + 4^2}} = \frac{1}{\sqrt{241}}$$

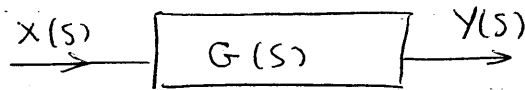
Phase Margin (P)

$$A_{dB} = AR \cdot A = \frac{1}{\sqrt{241}} \times 5$$

Phase Margin (P)

* این از توان از همین قسمت می آید.

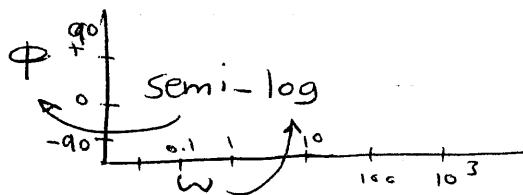
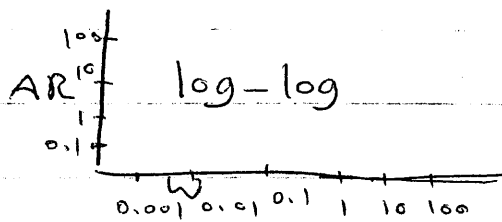
بیا رسم کنیم : Bode diagram



- 1) $s = i\omega$
- 2) $G(i\omega) = a + bi$
- 3) $AR = |G(i\omega)| = P(\omega)$
- 4) $\Phi = \angle G(i\omega) = g(\omega)$

بیا رسم کنیم بیا رسم کنیم Φ و AR رسم کنیم

$$0 < \omega < \infty$$



مثال : سیستم اول (مخرج)

$$G(s) = \frac{1}{\tau s + 1}$$

$$G(i\omega) = \frac{1}{\tau i\omega + 1}$$

$$AR = \frac{1}{\sqrt{\tau^2 \omega^2 + 1}}$$

$$\Phi = -\tan^{-1}(\omega\tau)$$

۴

$$\log AR = -\frac{1}{2} \log(1 + \tau^2 \omega^2)$$

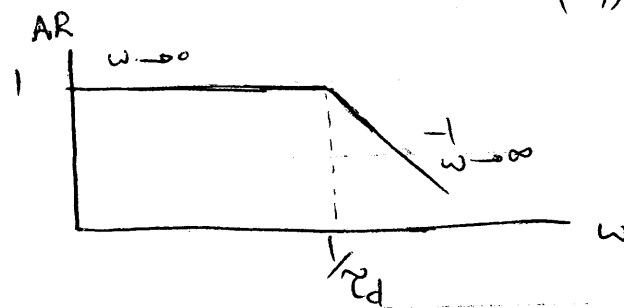
$$1) \omega \rightarrow 0 \rightarrow AR = 1 \rightarrow \log AR = 0$$

$$2) \omega \rightarrow \infty \rightarrow \omega \tau \gg 1$$

$$\log AR = -\frac{1}{2} \log(\omega \tau)^2$$

$$\log AR = -\log \omega \tau$$

یعنی برای فرکانسهای بالا برای سیم‌های اول در س‌های زیر (ضعیف است)
باشید (-)



$$\begin{cases} AR = 1 \\ \log AR = -\log \omega \tau_d \end{cases} \quad \text{در س‌های جانبی Bode}$$

$$\omega = \frac{1}{\tau_d}$$

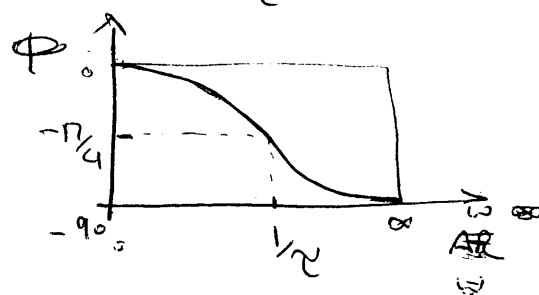
توجه: ω^2

$$\phi = -\tan^{-1}(\omega \tau)$$

$$\omega = 0 \rightarrow \phi = 0$$

$$\omega = \infty \rightarrow \phi = -\frac{\pi}{2}$$

$$\omega = \frac{1}{\tau} \rightarrow \phi = -\frac{\pi}{4}$$



$$G(s) = \frac{1}{\tau^2 s^2 + 2\xi\tau s + 1}$$

سؤال: سیستم (۲) (۳)

$$AR = \frac{1}{\sqrt{(1-\tau^2\omega^2)^2 + (2\xi\omega\tau)^2}}$$

$$\phi = -\tan^{-1} \frac{2\xi\omega\tau}{1-\tau^2\omega^2}$$

$$\log AR = -\frac{1}{2} \log [(1-\tau^2\omega^2)^2 + (2\xi\omega\tau)^2]$$

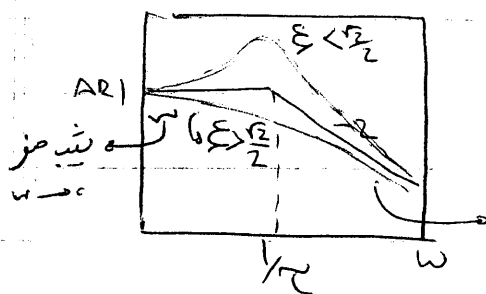
$$\omega \rightarrow 0 \Rightarrow AR = 1$$

$$\omega \rightarrow \infty \Rightarrow \text{از هم جدا شدن بزرگتر است}$$

$$\log AR = -\frac{1}{2} \log (\omega\tau)^4$$

$$\log AR = -2 \log \omega\tau$$

یعنی دیاگرام مجانب‌های بدست می‌آید در ده‌ها زیاد
خطی است با شیب (-2) .



سؤال: اثر ξ بر دیاگرام Bode چیست.
شیب -20
 $\omega \rightarrow \infty$

$$AR > 1 \quad \Leftarrow \quad \xi < \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$AR < 1 \quad \Leftarrow \quad \xi > \frac{\sqrt{2}}{2}$$

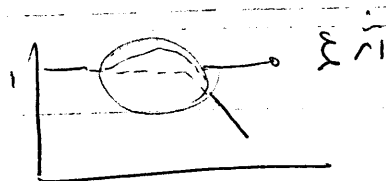
$$\frac{dAR}{d\omega} = 0$$

شرایطی که در آن

مقدار آن شیب را $|AR| > 1$ را پیدا کنیم.

$$\omega_{max} = \frac{1}{\tau} \sqrt{1-2\xi^2}$$

۴۴



در تمام حالات :

$$\frac{dAR}{d\omega} = 0 \rightarrow \omega_{max} = \frac{1}{\tau} \sqrt{1 - 2\xi^2}$$

یعنی سرعت مرع ω_{max} مندرج و باید $\xi \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$ ← $\sqrt{1 - 2\xi^2} > 0$

$$\Phi = -\tan^{-1} \left[\frac{2\xi\omega\tau}{1 - \tau^2\omega^2} \right]$$

$$\omega = 0 \rightarrow 0$$

$$\omega = 1/\tau \rightarrow -\pi/2$$

$$\omega = \infty \rightarrow -\pi$$

$$\frac{1}{\tau^2 s^2 + 1} = \frac{1}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$$

مهمینت :
 یعنی درجه اول بین ۰ تا ۹۰. برای سیستم نیمه دوم (مثلاً پهنای پهنای دومین درجه اول است) حاصل جمع زوایای نیمه اول : ۰ تا ۱۸۰ باشد.

$$G(s) = \tau s + 1$$

مثال : مع یک بصورت :

$$G(i\omega) = \omega\tau i + 1$$

$$AR = \sqrt{\omega^2\tau^2 + 1}$$

$$\Phi = \tan^{-1}(\omega\tau)$$

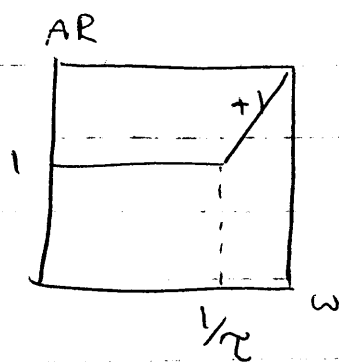
$$\log AR = \frac{1}{2} \log (1 + \tau^2\omega^2)$$

$$\omega \rightarrow 0 \rightarrow AR = 1$$

$$\omega \rightarrow \infty \rightarrow \omega\tau \gg 1 \quad \log AR = \frac{1}{2} \log (\omega\tau)^2$$

$$\log AR = \log \omega\tau$$

یعنی دیاگرام جانب بدستیم مع اول بصورت فعلی است با شیب (۱+) در فوکان های بالا.



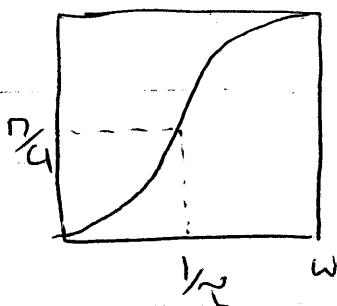
* در هر اول اگر بصورت باشد شیب + و اگر در خروج باشد شیب - است.

$$\Phi = \tan^{-1} \omega \tau$$

$$\omega = 0 \rightarrow \Phi = 0$$

$$\omega = \infty \rightarrow \Phi = \pi/2$$

$$\omega = 1/\tau \rightarrow \Phi = \pi/4$$



* در هر اول باشد در صورت زاویه بین 0° تا 90°
در خروج " " " " 0° تا -90°

* در هر یک سیستم اگر n باشد در این صورت :

الف) اگر این عبارت بصورت باشد شیب مثبت $+n$ Bode

در خروج باشد " " " " $-n$

ب) اگر بصورت باشد زاویه بین 0 و $n\pi/2$
خروج باشد زاویه بین 0 و $-\frac{n\pi}{2}$

۴۲

$$G(s) = e^{-\tau_d s}$$

شکل:

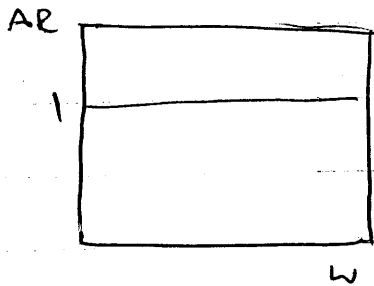
$$AR = 1$$

$$\Phi = -\omega \tau_d$$

$$\omega = 0 \rightarrow \Phi = 0$$

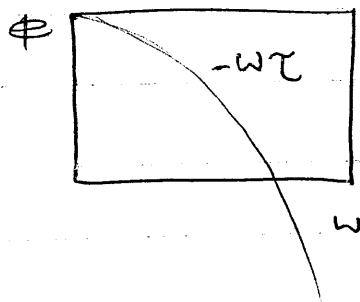
$$\omega = \infty \rightarrow \Phi = -\infty$$

* ترم تأخیر زمان اثری بر ریاضی AR ندارد.



$$\omega \rightarrow \infty \quad \Phi = -\infty$$

بالا زاویه به سمت عدد خاص میل می کند.



* ترم تأخیر زمان فقط بر بخش Phi اثر دارد.

$$G(s) = \frac{1}{s^n}$$

شکل:

$$G(i\omega) = \frac{1}{(i\omega)^n}$$

$$\underbrace{(i\omega) \dots (i\omega)}_{n \text{ واره}} \rightarrow \Phi = \frac{n\pi}{2}$$

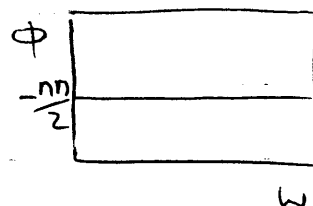
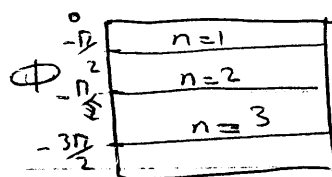
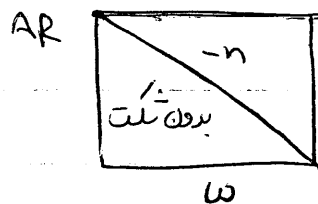
$$AR = \frac{1}{\omega^n}$$

$$\Phi = 0 - \left\{ \frac{n\pi}{2} \right\}$$

$$\Phi = -\frac{n\pi}{2}$$

$$AR = \frac{1}{\omega^n} \rightarrow \log AR = -n \log \omega$$

نکته: * ریاضی جانب هایدریتم $\frac{1}{s^n}$ مداره خطی است با شیب $(-n)$ و بدون شکست.



* دصانت کم

* تفاوت $\frac{1}{s^n}$ با $\frac{1}{(s+1)^n}$ آن است که در اول

ریاکم بود و فاقد نقطه شکست است ولی در دومی بلعکس.

در اول زاویه خود $-\frac{n\pi}{2}$ است و در دومی از صفر تا $-\frac{n\pi}{2}$ می

$$G(s) = s^n$$

$$s = i\omega$$

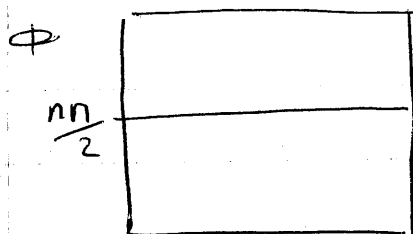
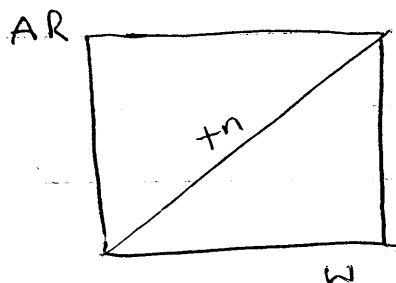
$$G(i\omega) = (i\omega)^n = \underbrace{(i\omega) \dots (i\omega)}_{n \text{ و } \omega^n}$$

$$AR = \omega^n \rightarrow \log AR = n \log \omega$$

$$\Phi = \frac{n\pi}{2}$$

* ریاکم Bode s^n خطی با شیب $+n$ و بدون شکست است.

۴۴



خلاصه :

نکته :

۱) به ازای هر ربع یک ولید شیب داریم اگر بصورت بود $+1$ و اگر در مخ
بود -1 اگر به فرم $AS+1$ بود نوکانن شکست دارد
اگر به فرم S بود نوکانن شکست ندارد.

* ربع : تعیین ولید شیب بصورت یا مخ بودن : علامت
* S یا $AS+1$: تعیین درشتن و ندرشتن شکست .

۱۲ به ازای هر ربع ۹۰ ربع زاویه داریم اگر بصورت بود $+90$ ، اگر
در مخ بود -90 .

۱۳ اگر $AS+1$ بود از صورت 90
اگر S بود 90 .

$$G(s) = \frac{2s+1}{s(s+1)}$$

خوگانه شلت

فوكا نی
گوشہ
(Corner)

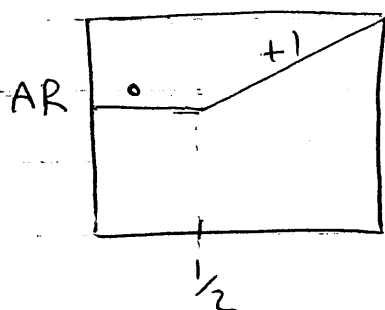
$\rightarrow \leftarrow \rightarrow = \log W_0 = 1$

چون AR بر حسب λ کارتی است

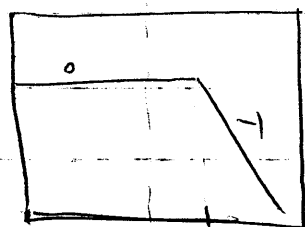
$$\log z_1 z_2 = \log z_1 + \log z_2$$

$$\log \frac{z_1}{z_2} = \log z_1 - \log z_2$$

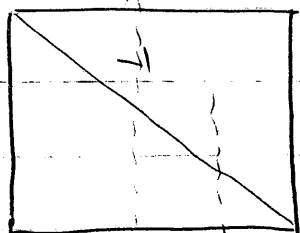
* یعنی شبیه‌ها با هم جمع و تفریق می‌روشوند.



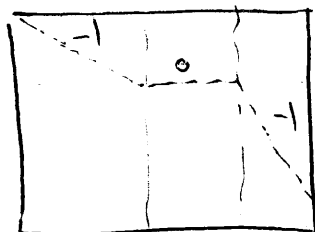
$$: 2S+1$$



$$= \frac{1}{5+1}$$



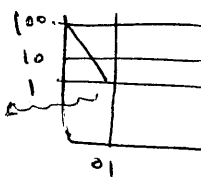
15



* در مقام شهادت تصریح دارم .

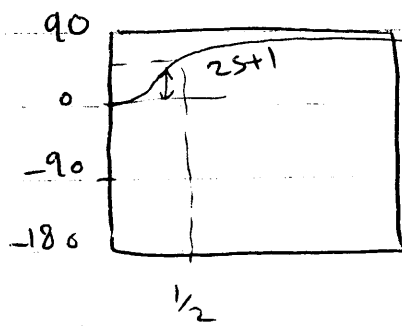
* اگر $e^{-\lambda ds}$ داشته باشیم یعنی تقریباً نزدیک است.

* قوم :



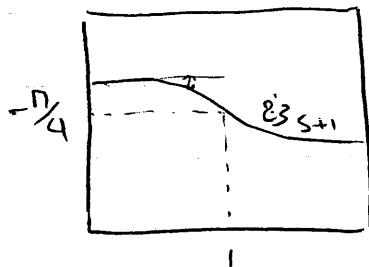
$$\frac{(2 \text{ ولد } 4) - 2}{\text{یک ولد } n} = 2$$

۴۵



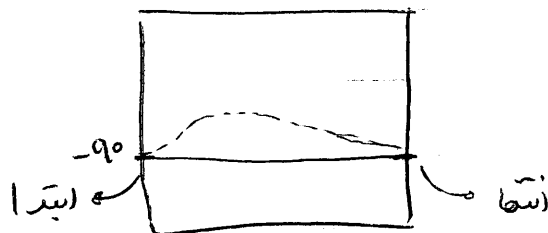
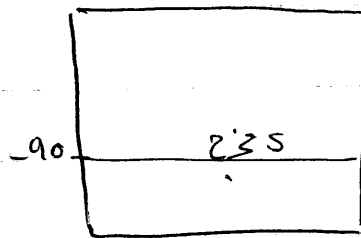
$$\frac{(2s+1)}{s(s+1)}$$

۹۰°
۰
-۹۰°
-۱۸۰°



شیب
مغز اول
تدریس

این جمع است با لایه رور
بین یا بین آید



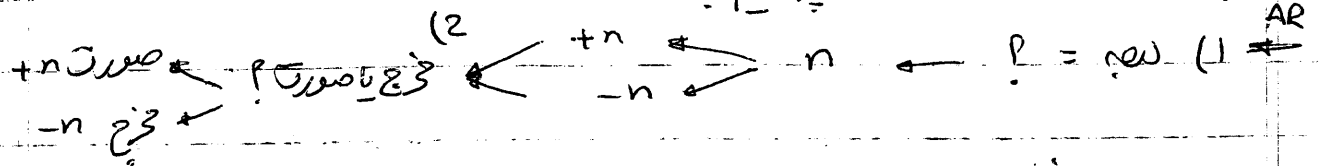
برای پیدا کردن max :

$$\frac{d\phi}{d\omega} = 0$$

$$\phi = \tan^{-1} 2\omega - \left\{ \frac{\pi}{2} + \tan^{-1} \omega \right\}$$

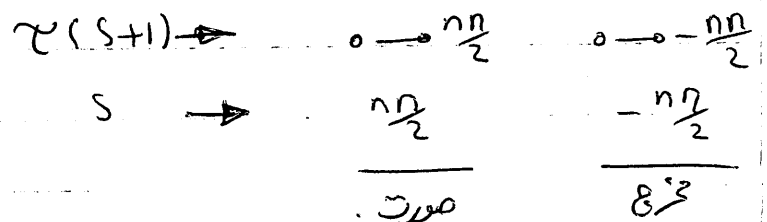
$$\frac{d\phi}{d\omega} = \frac{2}{1+4\omega^2} - \frac{1}{1+\omega^2} = 0 \rightarrow \omega = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

روش Bode از دسترس نیست:



$\omega_c = 1/2 \leftarrow \tau s + 1$
 $\omega_c = 0 \leftarrow s$

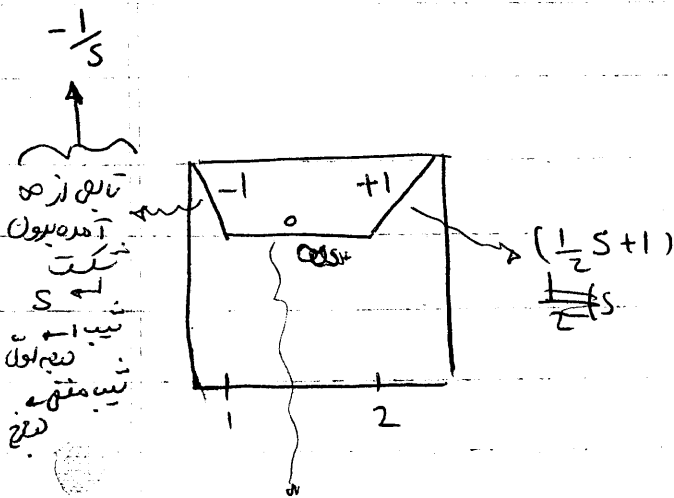
فاز: $n P = \text{pole}$



مثال:

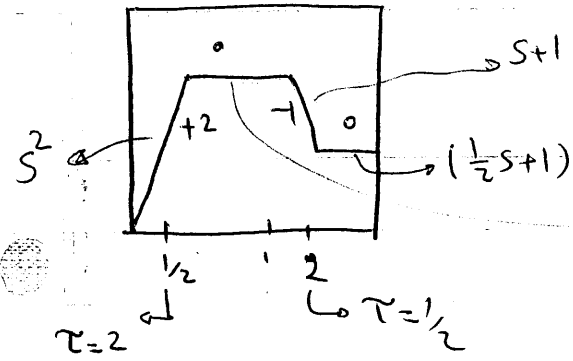
$G(s) = ?$

$G(s) = \frac{(s+1)(\frac{1}{2}s+1)}{s}$



$\omega_c = 1$
 $\tau = 1$
 شیب + صورت بوده
 به فرم $\tau s + 1$

مثال:



$G(s) = \frac{s^2 (\frac{1}{2}s+1)}{(2s+1)^2 (s+1)}$

* توجه: $2s+1$ همان $s+0.5$
 $\frac{1}{2}s+1$ همان $s+2$

دتواند همین $G(s)$ ، هم داشته باشد (هر دو کینه صحت است).